MODELLO DI CALCOLO

Definizione
Per pendio s'intende una porzione di versante naturale il cui profilo originario è stato modificato da interventi artificiali rilevanti rispetto alla stabilità. Per frana s'intende una situazione di instabilità che interessa versanti naturali e coinvolgono volumi considerevoli di terreno.

Introduzione all'analisi di stabilità
La risoluzione di un problema di stabilità richiede la presa in conto delle equazioni di campo e dei legami costitutivi. Le prime sono di equilibrio, le seconde descrivono il comportamento del terreno. Tali equazioni risultano particolarmente complesse in quanto i terreni sono dei sistemi multifase, che possono essere ricondotti a sistemi monofase solo in condizioni di terreno secco, o di analisi in condizioni drenate.
Nella maggior parte dei casi ci si trova a dover trattare un materiale che se saturo è per lo meno bifase, ciò rende la trattazione delle equazioni di equilibrio notevolmente complicata. Inoltre è praticamente impossibile definire una legge costitutiva di validità generale, in quanto i terreni presentano un comportamento non-lineare già a piccole deformazioni, sono anisotropi ed inoltre il loro comportamento dipende non solo dallo sforzo deviatorico ma anche da quello normale. A causa delle suddette difficoltà vengono introdotte delle ipotesi semplificative:
(a) Si usano leggi costitutive semplificate: modello rigido perfettamente plastico. Si assume che la resistenza del materiale sia espressa unicamente dai parametri coesione (c) e angolo di resistenza al taglio (φ), costanti per il terreno e caratteristici dello stato plastico; quindi si suppone valido il criterio di rottura di Mohr-Coulomb.
(b) In alcuni casi vengono soddisfatte solo in parte le equazioni di equilibrio.

Metodo equilibrio limite (LEM)
Il metodo dell'equilibrio limite consiste nello studiare l'equilibrio di un corpo rigido, costituito dal pendio e da una superficie di scorrimento di forma qualsiasi (linea retta, arco di cerchio, spirale logaritmica); da tale equilibrio vengono calcolate le tensioni da taglio (τ) e confrontate con la resistenza disponibile (τ_f), valutata secondo il criterio di rottura di *Coulomb*, da tale confronto ne scaturisce la prima indicazione sulla stabilità attraverso il coefficiente di sicurezza $F = \tau_f / \tau$.

Tra i metodi dell'equilibrio limite alcuni considerano l'equilibrio globale del corpo rigido (*Culman*), altri a causa della non omogeneità dividono il corpo in conci considerando l'equilibrio di ciascuno (*Fellenius, Bishop, Janbu ecc.*).
Di seguito vengono discussi i metodi dell'equilibrio limite dei conci.

Metodo dei conci
La massa interessata dallo scivolamento viene suddivisa in un numero conveniente di conci. Se il numero dei conci è pari a *n*, il problema presenta le seguenti incognite:

n valori delle forze normali N_i agenti sulla base di ciascun concio;
n valori delle forze di taglio alla base del concio T_i
(n-1) forze normali E_i agenti sull'interfaccia dei conci;
(n-1) forze tangenziali X_i agenti sull'interfaccia dei conci;
n valori della coordinata *a* che individua il punto di applicazione delle E_i;
(n-1) valori della coordinata che individua il punto di applicazione delle X_i;
una incognita costituita dal fattore di sicurezza *F*.

Complessivamente le incognite sono *(6n-2)*.

mentre le equazioni a disposizione sono:

Equazioni di equilibrio dei momenti *n*
Equazioni di equilibrio alla traslazione verticale *n*
Equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale *n*
Equazioni relative al criterio di rottura *n*
Totale numero di equazioni *4n*

Il problema è staticamente indeterminato ed il grado di indeterminazione è pari a

$$i = (6n-2)-(4n) = 2n-2.$$

Il grado di indeterminazione si riduce ulteriormente a *(n-2)* in quando si fa l'assunzione che
N_i sia applicato nel punto medio della striscia, ciò equivale ad ipotizzare che le tensioni normali totali siano uniformemente distribuite.
I diversi metodi che si basano sulla teoria dell'equilibrio limite si differenziano per il modo in cui vengono eliminate le *(n-2)* indeterminazioni.

Metodo di JANBU (1967)
Janbu estese il metodo di *Bishop* a superfici si scorrimento di forma qualsiasi.
Quando vengono trattate superfici di scorrimento di forma qualsiasi il braccio delle forze cambia (nel caso delle superfici circolari resta costante e pari al raggio) a tal motivo risulta più conveniente valutare l'equazione del momento rispetto allo spigolo di ogni blocco.

$$F = \frac{\Sigma\left\{c_i \times b + (W_i - u_i \times b_i + \Delta X_i) \times \tan\varphi_i\right\} \times \frac{\sec^2\alpha_i}{1+\tan\alpha_i \times \tan\varphi_i / F}}{\Sigma W_i \times \tan\alpha_i}$$

Assumendo $\Delta X_i = 0$ si ottiene il metodo ordinario.
Janbu propose inoltre un metodo per la correzione del fattore di sicurezza ottenuto con il metodo ordinario secondo la seguente:
$F_{corretto} = f_O \, F$

dove f_O è riportato in grafici funzione di geometria e parametri geotecnici.
Tale correzione è molto attendibile per pendii poco inclinati.

VALUTAZIONE DELL'AZIONE SISMICA

Nelle verifiche agli Stati Limite Ultimi la stabilità dei pendii nei confronti dell'azione sismica viene eseguita con il metodo pseudo-statico. Per i terreni che sotto l'azione di un carico ciclico possono sviluppare pressioni interstiziali elevate viene considerato un aumento in percento delle pressioni neutre che tiene conto di questo fattore di perdita di resistenza.
Ai fini della valutazione dell'azione sismica, nelle verifiche agli stati limite ultimi, vengono considerate le seguenti forze statiche equivalenti:

$$F_H = K_o \cdot W$$
$$F_V = K_v \cdot W$$

Essendo:
F_H e F_V rispettivamente la componente orizzontale e verticale della forza d'inerzia applicata al baricentro del concio;
W: peso concio
K_O: Coefficiente sismico orizzontale
K_V: Coefficiente sismico verticale.

Calcolo coefficienti sismici
Le **NTC 2008** calcolano i coefficienti K_O e K_V in dipendenza di vari fattori:

$$K_O = \beta s \times (a_{max}/g)$$

$$K_V = \pm 0{,}5 \times K_O$$

Con

βs coefficiente di riduzione dell'accelerazione massima attesa al sito;
a_{max} accelerazione orizzontale massima attesa al sito;
g accelerazione di gravità.

Tutti i fattori presenti nelle precedenti formule dipendono dall'accelerazione massima attesa sul sito di riferimento rigido e dalle caratteristiche geomorfologiche del territorio.

$$a_{max} = S_S \, S_T \, a_g$$

S_S (effetto di amplificazione stratigrafica): $0.90 \leq Ss \leq 1.80$; è funzione di F_0 (Fattore massimo di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale) e della categoria di suolo (A, B, C, D, E).
S_T (effetto di amplificazione topografica).

Il valore di S_T varia con il variare delle quattro categorie topografiche introdotte:

T1$(S_T = 1.0)$ ***T2***$(S_T = 1.20)$ ***T3***$(S_T = 1.20)$ ***T4***$(S_T = 1.40)$.

Questi valori sono calcolati come funzione del punto in cui si trova il sito oggetto di analisi. Il parametro di entrata per il calcolo è il tempo di ritorno dell'evento sismico che è valutato come segue:

$$T_R = -V_R / \ln(1 - PVR)$$

Con V_R vita di riferimento della costruzione e PVR probabilità di superamento, nella vita di riferimento, associata allo stato limite considerato. La vita di riferimento dipende dalla vita nominale della costruzione e dalla classe d'uso della costruzione (in linea con quanto previsto al punto 2.4.3 delle NTC). In ogni caso V_R dovrà essere maggiore o uguale a 35 anni.

Ricerca della superficie di scorrimento critica
In presenza di mezzi omogenei non si hanno a disposizione metodi per individuare la superficie di scorrimento critica ed occorre esaminarne un numero elevato di potenziali superfici. Nel caso vengano ipotizzate superfici di forma circolare, la ricerca diventa più semplice, in quanto dopo aver posizionato una maglia dei centri costituita da m righe e n colonne saranno esaminate tutte le superfici aventi per centro il generico nodo della maglia m×n e raggio variabile in un determinato range di valori tale da esaminare superfici cinematicamente ammissibili.