HS marine S.r.l.
via Panà 56/a - 35027 Noventa Padovana (PD) - tel.049 8945087 fax 049 8707868 - e.mail: mail@hsmarinesrl.com
C.F./P. I.V.A./R.I. 04977520289 - R.E.A. 433281 - cap. soc. € 10.000,00

Committente

COMUNE DI GENOVA

DIREZIONE LAVORI PUBBLICI - RIQUALIFICAZIONE URBANA

INTERVENTI DI MANUTENZIONE STRAORDINARIA PASSEGGIATA DI VOLTRI: RIQUALIFICAZIONE - GE2.2.4.1.A" - MOGE 21121 - CUP B37H22006300006 PERCORSO CICLABILE - GE3.2.8.3.A" MOGE 21276 – CUP B37H24001480006 PROGETTO DI FATTIBILITÀ TECNICO - ECONOMICA



Elaborato A.03	RELAZIONE STUDI IDRAULICO MARITTIMI

Progettisti: R.T.P. HS marine S.r.l. (mandataria), Arch. Luca Emanueli e Arch. Alberto Grando (mandanti)

Professionisti:

Ing. MASSIMO TONDELLO
Ordine ingegneri della Provincia di Padova n. 2771

Ing. NICOLA SGUOTTI
Ordine ingegneri della provincia di Padova n. 4389

Ing. SILVIA BERIOTTO
Ordine ingegneri della provincia di Venezia n. 3483

Arch. LUCA EMANUELI
Ordine architetti della Provincia di Reggio Emilia n. 742

Arch. ALBERTO GRANDO
Ordine architetti della Provincia di Padova n. 3867

Consulenza esterna: DHI

HSM912-24-PFTE	REV: 00	Data: Novembre 2024

Firmato digitalmente da: TONDELLO MASSIMO
Data: 06/12/2024 09:13:25

Emanueli Luca
Ordine architetti di Reggio Emilia
Architetto
06.12.2024 10:40:25 GMT+01:00

Alberto Grando
06.12.2024 12:50:40 GMT+02:00

Attività di modellazione numerica a supporto della progettazione delle opere di difesa della passeggiata a mare di Voltri (GE).

Relazione tecnica



Relazione

Novembre 2024

This report has been prepared under the DHI Business Management System certified by Bureau Veritas to comply with ISO 9001 (Quality Management)



Attività di modellazione numerica a supporto della progettazione delle opere di difesa della passeggiata a mare di Voltri (GE).

Relazione tecnica

Committente HS Marine S.r.l.

Referente del Committente ing. Massimo Tondello, ing. Nicola Sguotti



Dettaglio dei danni post mareggiata 2023 alla passeggiata di Voltri

Project manager	Silvia Torretta
Quality supervisor	Andrea Pedroncini
Author	Silvia Torretta

Codice progetto - elaborato	22804953-01-00100
Data di approvazione	27.11.2024
Revisione	1.0
Classificazione	Open

DHI S.r.l. a socio unico• Via Bombrini 11/12• 16149 Genova• Italy•
Telefono: +39 010 84 81 220 • dhi-italia@dhigroup.com • www.dhigroup.com

INDICE

1 Premessa 3

2 Descrizione degli interventi già previsti sul littorale di Voltri 4

3 Caratterizzazione del sito 5
3.1 Dati meteomarini 5
3.1.1 Dati di vento 8
3.1.2 Dati di moto ondoso 9
3.2 Propagazione del moto ondoso da largo verso riva 12
3.2.1 Condizioni d'onda 12
3.2.2 Batimetria e dominio di calcolo 12
3.2.3 Risultati del modello d'onda 14

4 Evoluzione del profilo trasversale a scala di mareggiata 16
4.1 Selezione dei profili trasversali di riferimento 17
4.2 Identificazione della mareggiata rappresentativa 19
4.2.1 Analisi statistica degli eventi estremi di altezza d'onda significativa sottocosta 23
4.2.2 Definizione della durata dell'evento di mareggiata di riferimento 24
4.3 Dati di livello della superficie marina 25
4.3.1 Analisi statistica dei livelli 26
4.3.2 Sea Level Rise 27
4.4 Risultati del modello 28
4.4.1 Configurazione di stato attuale 30
4.4.2 Configurazione di progetto 40
4.4.3 Configurazione "futura" 50

5 Modellazione della risalita del moto ondoso sulla spiaggia di Voltri 60
5.1 Dominio di calcolo, batimetria 61
5.2 Identificazione della mareggiata rappresentativa 65
5.3 Risultati del modello 66
5.3.1 Configurazione di stato attuale 70
5.3.2 Configurazione di progetto 75
5.3.3 Configurazione "futura" 77

6 Conclusioni 79

7 Riferimenti 80

ALLEGATI

ALLEGATO A - Mediterranean Wind Wave Model (MWM)
Descrizione tecnica

ALLEGATO B – MIKE 21 Spectral Waves (SW)
Descrizione tecnica

ALLEGATO C – MIKE 3 Wave
Descrizione tecnica

1 Premessa

Il presente elaborato illustra le attività di analisi e di modellazione numerica predisposte a supporto dell'identificazione e del dimensionamento degli interventi di difesa della passeggiata Roberto Bruzzone, sita sul lungomare di Voltri.

La passeggiata, costituita da una struttura in legno, ha subìto danni a causa degli eventi meteorologici marini intensi occorsi alla fine dello scorso anno e più precisamente il 24 Ottobre e il 5 Novembre 2023. In alcuni tratti si è infatti verificato il sollevamento delle assi che costituiscono il piano calpestabile. Inoltre, nella parte terminale di diversi accessi alla battigia si è creato un significativo dislivello tra la base delle discese a mare e la spiaggia.



Figura 1-1 Litorale di Voltri tra la foce del torrente Leira (a destra) e del torrente Cerusa (a sinistra) ove è ubicata la passeggiata R. Bruzzone, oggetto di studio

Al fine di supportare l'identificazione ed il dimensionamento di un'opera di difesa a protezione della passeggiata Roberto Bruzzone di Voltri e verificarne la relativa efficacia, si è proceduto con due tipologie di attività di modellazione numerica:

- la simulazione dell'**evoluzione del profilo trasversale (1D)** della spiaggia in concomitanza di una mareggiata sintetica con associato tempo di ritorno pari a 50 anni. Tale modellazione è stata effettuata per cinque transetti rappresentativi di diversi tratti della passeggiata, soggetti a differenti sollecitazioni in funzione della differente distanza dalla linea di riva e/o della diversa esposizione al moto ondoso;
- la simulazione della **risalita dell'onda sull'arenile** (*run-up*) **(3D)** ed il calcolo delle eventuali portate di tracimazione sulle infrastrutture di retrospiaggia, in concomitanza di una mareggiata sintetica con associato tempo di ritorno pari a 50 anni.

L'analisi è stata svolta su tre configurazioni del litorale, ovvero:

- configurazione attuale;
- configurazione di progetto, con lo scopo di valutare l'efficacia delle opere di protezione della passeggiata proposte (difesa radente);
- configurazione "futura", comprensiva di due opere in massi poste in corrispondenza della battigia all'estremità occidentale della spiaggia, (studio svolto nel 2022 dalla scrivente DHI per conto dell'Autorità di Sistema Portuale del Mar Ligure Occidentale) e di un contestuale

significativo ripascimento strutturale (progetto del Comune di Genova nell'ambito del riutilizzo del sedimento proveniente dallo scavo della galleria scolmatrice del torrente Bisagno, 2018).

Le simulazioni della risalita dell'onda sono state effettuate utilizzando il modello MIKE 3 WAVE FM di DHI. Escludendo i modelli di fluidodinamica computazionale (CFD), non applicabili alle scale spaziali in oggetto, MIKE 3 WAVE FM è il modello d'onda più avanzato tra quelli disponibili sul mercato. MIKE 3 WAVE FM è un modello 3D pienamente non lineare, "*phase resolving*", su maglia non strutturata.

In considerazione della composizione granulometrica che caratterizza l'arenile (prevalentemente ghiaia e ciottoli) per l'evoluzione del profilo trasversale di spiaggia è stato invece impiegato il codice di calcolo Xbeach-G (*Gravel*) di Deltares.

Si specifica che per l'esecuzione delle attività si è fatto riferimento a dati topo-batimetrici e meteomarini disponibili, messi a disposizione dalla Committenza.

A seguire si illustrano in dettaglio i dati utilizzati, la metodologia adottata, le impostazioni dei modelli numerici ed i risultati ottenuti.

Si precisa che le attività sono state effettuate in stretta collaborazione con i professionisti incaricati della progettazione degli interventi.

2 Descrizione degli interventi già previsti sul littorale di Voltri

Nell'ambito del Progetto Esecutivo per la realizzazione della galleria scolmatrice del torrente Bisagno nel Comune di Genova ("Secondo lotto dei lavori relativi alla realizzazione della galleria scolmatrice del Torrente Bisagno in Comune di Genova", (validato con provv prot. N NP1073 del 30/7/2019 e approvato con DCS/D.L.91 n42 del 31/7/2019)), è stato previsto il riutilizzo del materiale di smarino prodotto dagli scavi per interventi di ripascimento, sia strutturale che stagionale, in una serie di località liguri interessate da una evidente tendenza erosiva in atto. Tra le spiagge selezionate per l'impiego del materiale è stato incluso anche il litorale di Voltri.

L'intervento di ripascimento previsto comporta l'avanzamento della linea di riva della spiaggia da un minimo di 10-12 m (a Ponente, tratto oggetto del presente studio), fino ad un massimo di 40-45 m (a Levante), con uno sversamento iniziale (profilo di posa) del materiale nella fascia di litorale compresa tra la profondità di 3 m e la quota topografica di 2-3 m.

Pur nell'incertezza sui tempi di finalizzazione dell'intervento e agli effettivi volumi di materiale destinati al litorale di Voltri, l'Autorità di Sistema Portuale del Mar Ligure Occidentale nel 2022 ha commissionato alla scrivente DHI uno studio per valutare l'eventuale necessità di ulteriori interventi/opere rigide di stabilizzazione del previsto ripascimento nel tratto più occidentale dell'arenile, verso la foce del torrente Cerusa ("Opere di protezione della costa del litorale di Voltri - Studio meteomarino e di dinamica costiera", *22803408-01-00100*, Dicembre 2022, DHI), al fine di massimizzare l'efficacia dell'intervento di ripascimento strutturale previsto e rallentare la naturale migrazione dei sedimenti verso levante.

Le attività svolte nell'ambito di tale studio hanno permesso di confrontare l'efficacia di differenti schemi alternativi di difesa a supporto del previsto ripascimento strutturale proveniente dallo scolmatore del Bisagno. Le modellazioni hanno evidenziato che l'inserimento di due isolotti stabilizzatori, posizionati in corrispondenza della linea di battigia, è in grado di favorire il mantenimento del materiale sversato nella porzione di spiaggia posta immediatamente a est della foce del torrente Cerusa, tratto storicamente più dinamico e soggetto a significativo arretramento.

Nello specifico, la tipologia di intervento proposto prevedeva la realizzazione di due isolotti in massi naturali, di forma circolare, con diametro di circa 20 m, quota sommitale di +1.5 m s.l.m.m e posizionati in corrispondenza della linea di riva post-ripascimento strutturale (Figura 2-1).

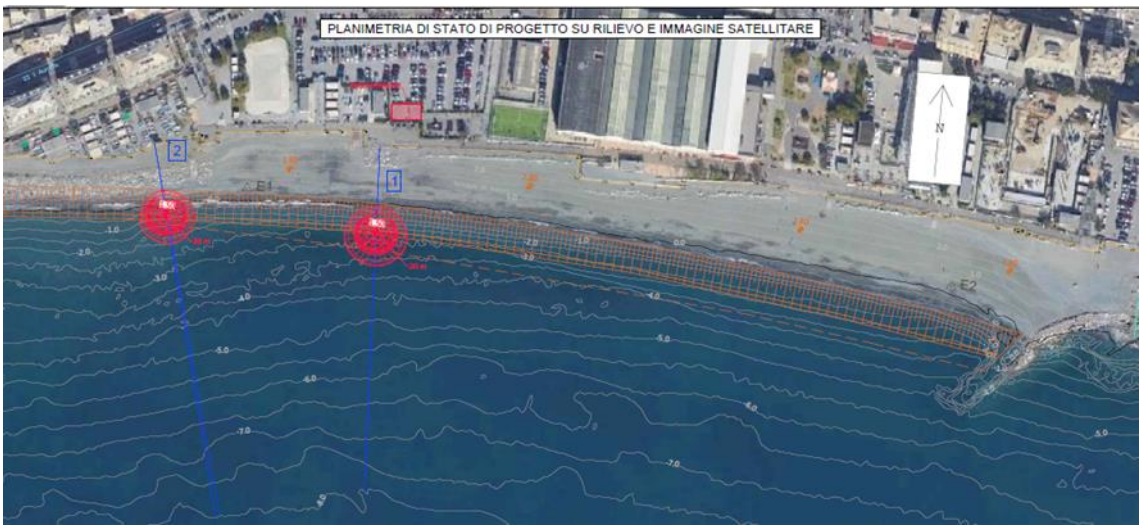


Figura 2-1 Dettaglio della “Planimetria del Progetto di Fattibilità Tecnico Economica “P.3157 Opere di difesa del litorale di Voltri nel Comune di Genova (GE)”” da cui si evincono posizione e dimensione dei due isolotti dissipatori (in colore rosso) e l’avanzamento previsto della spiaggia di Voltri (in colore marrone) con il ripascimento programmato con lo smarino proveniente dal cantiere per lo scolmatore del torrente Bisagno

Nell’ambito di tale studio si è provveduto anche a caratterizzare il sito dal punto di vista meteomarino, batimetrico e sedimentologico. Tale inquadramento, secondo l’accordo tra il Comune di Genova ed i progettisti incaricati dell’intervento di difesa della passeggiata, è stato adottato come riferimento per la presente analisi.

3 Caratterizzazione del sito

Tra le prime attività necessarie negli studi di dinamica costiera, vi è la definizione delle condizioni meteomarine di riferimento al largo del tratto di costa interessato, con particolare riferimento al moto ondoso, nonché la caratterizzazione del sito dal punto di vista batimetrico e delle caratteristiche dei sedimenti.

A seguire si riporta la tipologia di dati meteomarini raccolti nell’ambito dello studio svolto per l’Autorità di Sistema Portuale del Mar Ligure Occidentale [2] ed in particolare la caratterizzazione nel punto di largo e la descrizione del modello d’onda utilizzato per la propagazione del clima ondoso verso riva.

Dai risultati di questa trasposizione sono stati estratti i dati utilizzati per le modellazioni numeriche previste nel presente studio.

3.1 Dati meteomarini

Per quanto riguarda la disponibilità di registrazioni di moto ondoso, la principale fonte di riferimento nel nostro paese è la Rete Ondametrica Nazionale (RON) gestita dall’ISPRA (Istituto Superiore per la Protezione e la Ricerca Ambientale). I dati di boa possono essere utilizzati come riferimento anche ad una certa distanza dal sito di interesse, qualora l’esposizione alle mareggiate per i diversi settori direzionali possa essere considerata simile tra il sito in esame ed il sito che ospita la boa ondametrica. Frequentemente, tuttavia, per la caratterizzazione meteomarina di un sito non è possibile fare affidamento alle misure. Questo avviene o perché i dati sono troppo frammentati a causa di malfunzionamenti dello strumento o periodi di manutenzione dello stesso,

o perché le serie temporali disponibili coprono solo pochi anni (5÷10) oppure ancora perché per il paraggio in esame la boa non è disponibile o non è sufficientemente rappresentativa.

Sempre più spesso, pertanto, si fa ricorso ad una ricostruzione storica delle condizioni meteomarine attraverso modellistica numerica. Tale approccio, comunemente definito come "*wave hindcast*" permette di disporre di serie temporali, tra l'altro, di altezza d'onda, periodo e direzione, nel punto desiderato.

Se da un lato la possibilità di disporre di ricostruzioni di condizioni meteomarine pregresse attraverso un approccio modellistico rappresenta oggi un formidabile supporto nell'ingegneria costiera ed offshore, dall'altro va sottolineata l'importanza di disporre di ricostruzioni modellistiche robuste, accurate e validate.

Per i dati di vento e di onda si è fatto riferimento al database Mediterranean Wind Wave Model (MWM), un complesso dataset ad elevata risoluzione, disponibile sull'intero bacino del Mar Mediterraneo, prodotto da DHI in collaborazione con HyMO*Lab* (Hydrodynamics and Met-Ocean Laboratory), struttura del Dipartimento di Ingegneria e Architettura dell'Università di Trieste. Il database MWM deriva dall'implementazione di una catena modellistica che beneficia di due modelli che rappresentano lo stato dell'arte rispettivamente nell'ambito della modellazione atmosferica (WRF-ARW) e della modellazione del moto ondoso (MIKE 21 SW).

In Figura 3-1 e Figura 3-2 sono riportate rispettivamente la batimetria di riferimento per la componente modellistica di moto ondoso ed un dettaglio della "mesh" di calcolo adottata. La risoluzione del modello d'onda è variabile da circa 10 km al largo fino a circa 3 km sottocosta. I dati sono stati estensivamente validati con confronti con anemometri, boe, nonché con le stime di intensità del vento e altezza d'onda da satellite.

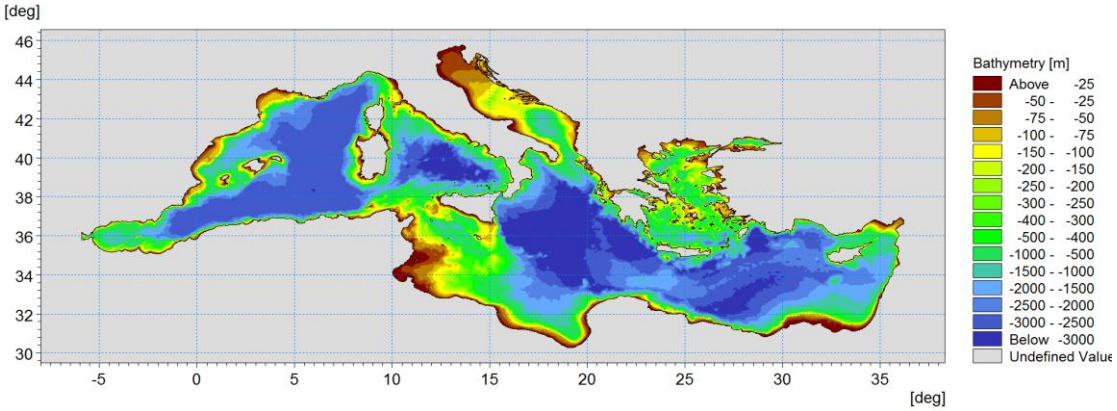


Figura 3-1 Batimetria di riferimento per la componente "onda" del database MWM

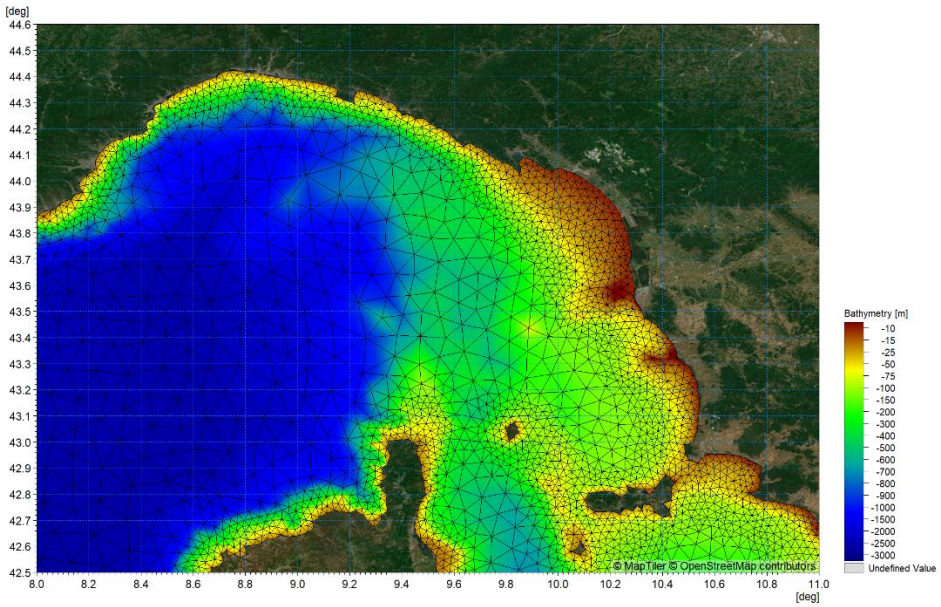


Figura 3-2 Batimetria di riferimento per la componente “onda” del database MWM – dettaglio sul Mar Ligure

Il database Mediterranean Wind Wave Model (MWM), descritto diffusamente in Allegato A al presente documento, è stato pertanto preso a riferimento per la caratterizzazione meteomarina al largo del sito oggetto di studio.

Per completezza, si riportano a seguire l’ubicazione grafica e le coordinate del punto selezionato, posto a circa 5.5 km dal litorale in esame, per il quale si ha una disponibilità complessiva di dati orari dei parametri di onda e di vento dal 1979 al 2021, per una totale di **43 anni**.

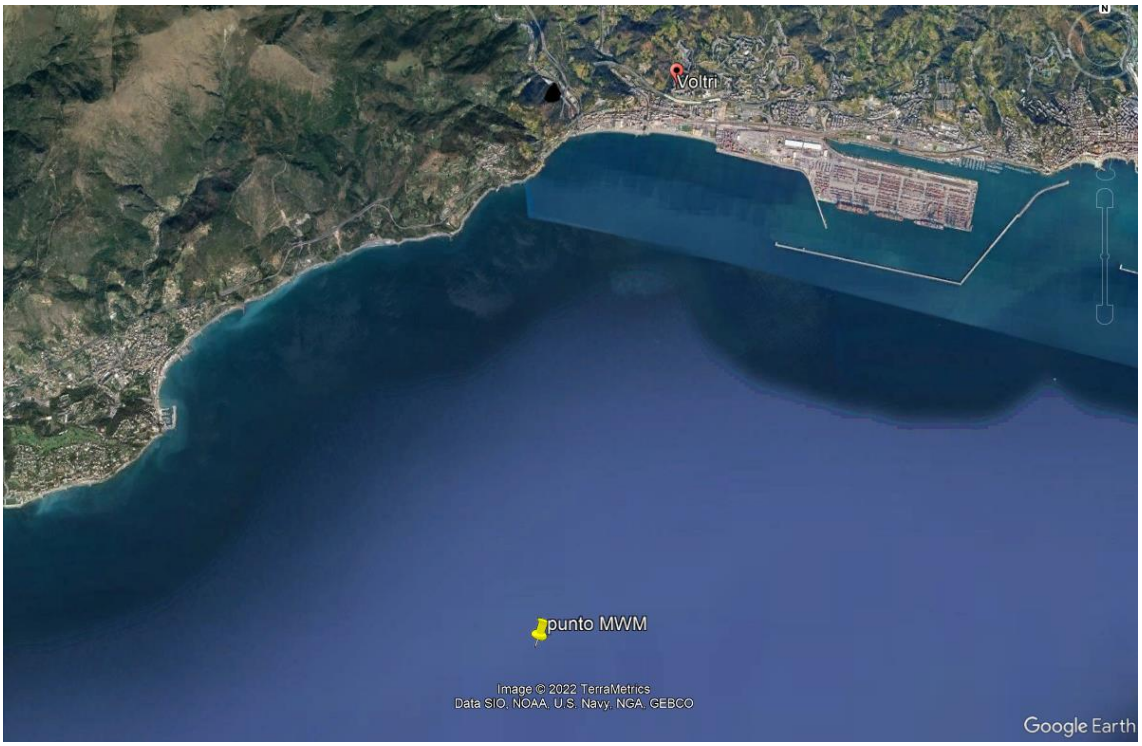


Figura 3-3 Ubicazione del punto di estrazione da MWM (LON 8.737°E, LAT 44.377°N) i cui dati dal 1979 al 2021 sono stati utilizzati per la caratterizzazione del moto ondoso al largo

Tabella 3-1 Coordinate del punto selezionato dal dataset di MWM per la caratterizzazione meteomarina del sito

Punto	Lon [°E]	Lat [°N]	Prof. [m]
MWM	8.737	44.377	120

3.1.1 Dati di vento

In Figura 3-4 e Tabella 3-2 si riportano rispettivamente la rappresentazione in forma di rosa della serie di intensità e direzione del vento e la frequenza delle classi di intensità in funzione della direzione per il punto MWM selezionato.

Come si può osservare, nel periodo dei 43 anni considerati si raggiungono valori massimi di velocità del vento fino a 24 m/s. Dall'analisi della rosa del vento si evince che il settore dominante e regnante, ossia caratterizzato dai venti più intensi e più frequenti, è quello da Nord / Nord-Ovest, in particolare le direzioni comprese tra 345°N e 355°N, che presentano una frequenza di circa il 19%, pari a poco più di 2 mesi all'anno in media.

La condizione di calma, qui associata ad intensità del vento inferiore a 2 m/s, si verifica mediamente per circa il 20% del tempo, ovvero per circa 2 mesi e mezzo all'anno.

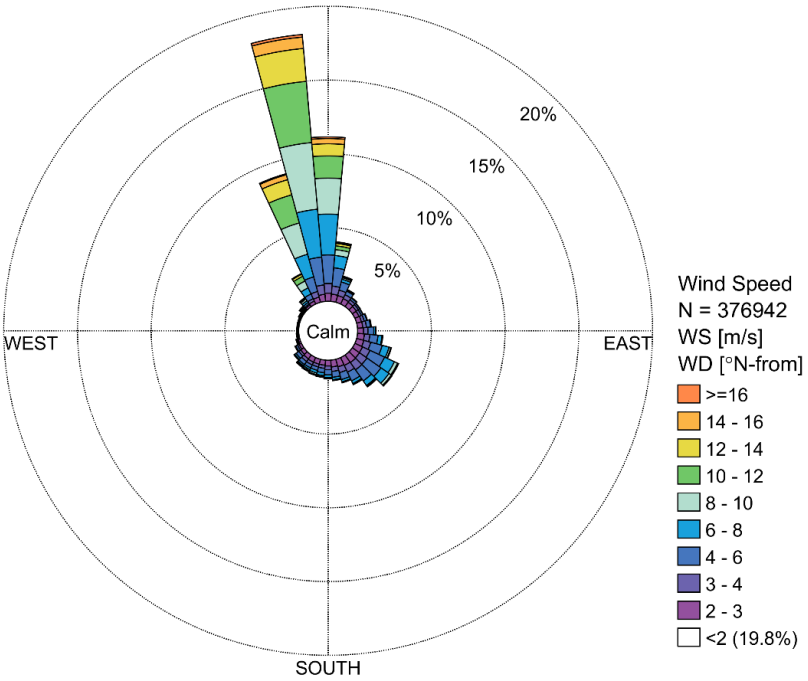


Figura 3-4 Rosa del vento per il punto MWM (LON 8.737°E, LAT 44.377°N) per il periodo 1979-2021. La calma è qui associata a venti con velocità inferiori a 2 m/s

Tabella 3-2 Frequenza degli eventi, per classi di intensità del vento WS (colonne) e direzione media WD (righe), per il punto MWM (LON 8.737°E, LAT 44.377°N), nell'intero periodo 1979 - 2021

WS [m/s] – Wind Speed

WD [°N-from] - Wind Direction	[0-2[	[2-4[	[4-6[	[6-8[	[8-10[	[10-12[	[12-14[	[14-16[	[16-18[	[18-20[	[20-22[	[22-24[	[24-26[	[26-28[	[28-30[	Total	Accum
[345-355[	2163	4210	7146	12284	17105	15698	8441	2916	673	114	26	7	-	-	-	70783	376942
[335-345[	1876	2859	3849	6006	8264	7444	4005	1303	278	36	11	-	-	-	-	35931	306159
[325-335[	1548	1528	1308	1725	1912	1342	580	162	53	5	1	-	-	-	-	10164	270228
[315-325[	1312	857	476	543	502	302	112	38	8	1	-	-	-	-	-	4151	260064
[305-315[	1283	478	241	219	229	176	81	17	6	-	-	-	-	-	-	2730	255913
[295-305[	1042	393	153	108	87	65	17	9	3	-	-	-	-	-	-	1877	253183
[285-295[	1028	305	115	75	34	17	3	-	-	-	-	-	-	-	-	1577	251306
[275-285[	998	335	94	49	25	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1506	249729
[265-275[	1097	364	72	41	10	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1585	248223
[255-265[	1165	495	91	33	9	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1794	246638
[245-255[	1314	713	232	33	11	2	1	-	-	-	-	-	-	-	-	2306	244844
[235-245[	1518	1090	506	171	38	18	3	2	-	-	-	-	-	-	-	3346	242538
[225-235[	1723	1587	864	425	135	66	30	13	3	2	-	-	-	-	-	4848	239192
[215-225[	1997	2036	956	393	220	140	91	49	16	2	-	-	-	-	-	5900	234344
[205-215[	2101	2086	851	472	343	187	74	36	4	-	-	-	-	-	-	6154	228444
[195-205[	2225	2040	899	704	413	182	55	16	2	1	-	-	-	-	-	6537	222290
[185-195[	2259	2083	1144	742	310	103	40	20	1	-	-	-	-	-	-	6702	215753
[175-185[	2351	2413	1311	705	195	59	51	21	7	-	-	-	-	-	-	7113	209051
[165-175[	2458	2882	1503	625	158	40	34	11	2	1	-	-	-	-	-	7714	201938
[155-165[	2624	3523	1851	601	137	61	23	26	4	1	-	-	-	-	-	8851	194224
[145-155[	2668	4128	2440	764	205	62	24	19	9	-	-	-	-	-	-	10319	185373
[135-145[	2691	4636	3455	1424	282	99	40	10	3	-	-	-	-	-	-	12640	175054
[125-135[	2765	4574	4376	2497	696	190	80	17	4	1	-	-	-	-	-	15200	162414
[115-125[	2770	4266	4110	2769	882	205	93	22	1	3	-	-	-	-	-	15121	147214
[105-115[	2616	3721	3044	1808	448	107	37	22	5	-	-	-	-	-	-	11808	132093
[95-105[	2616	3174	2088	1028	156	42	20	1	1	-	-	-	-	-	-	9126	120285
[85-95[	2610	2643	1478	458	44	11	7	1	2	-	-	-	-	-	-	7254	111159
[75-85[	2432	2271	1034	201	19	7	3	1	-	-	-	-	-	-	-	5968	103905
[65-75[	2440	1996	701	113	8	10	4	3	-	-	-	-	-	-	-	5275	97937
[55-65[	2427	1802	455	51	5	10	7	2	3	-	-	-	-	-	-	4762	92662
[45-55[	2398	1913	418	61	19	11	6	1	-	-	-	-	-	-	-	4827	87900
[35-45[	2370	2154	551	89	50	7	9	-	-	-	-	-	-	-	-	5230	83073
[25-35[	2407	2641	991	266	92	52	25	7	2	-	-	-	-	-	-	6483	77843
[15-25[	2405	3220	2150	732	394	208	147	60	17	5	1	-	-	-	-	9339	71360
[5-15[	2335	3933	4679	3164	1497	967	622	303	116	17	3	1	-	-	-	17637	62021
[-5-5[	2244	4557	7294	10422	9205	5675	3090	1355	417	97	23	5	-	-	-	44384	44384
Total	74276	83906	62926	51801	44139	33572	17855	6463	1640	286	65	13	-	-	-	376942	-
Accum	74276	158182	221108	272909	317048	350620	368475	374938	376578	376864	376929	376942	376942	376942	376942	-	-

3.1.2 Dati di moto ondoso

Dall'analisi della rosa del clima ondoso (Figura 3-5) e della tabella delle frequenze di occorrenza risultanti dalla serie storica oraria di 43 anni estratta dal database MWM (Tabella 3-3), si evince che le ondazioni più frequenti e più intense provengono da Sud-Ovest (Libeccio), con particolare riferimento alle direzioni comprese tra 195°N e 205°N. Complessivamente, tale settore, di soli 10°, racchiude circa il 13% delle onde totali, corrispondente ad una frequenza di circa 1 mese e mezzo all'anno. Ampliando tale settore alle direzioni di provenienza comprese tra 185°N e 215°N, la frequenza di accadimento sale al 32% degli eventi annuali, corrispondenti a quasi 4 mesi.

Decisamente minori sia per frequenza di occorrenza (16%), che per valori di altezza significativa (inferiori ai 4 m), sono le onde provenienti da Sud-Est (Scirocco), in particolare dal settore compreso tra 135°N e 155°N.

La condizione di calma, qui associata ad una altezza d'onda significativa inferiore a 0.25 m, si verifica mediamente per circa il 21% del tempo, corrispondente a poco più di 2 mesi all'anno.

Come si evince dalla serie storica di altezza d'onda significativa riportata in Figura 3-6, dal 2008 ad oggi si sono verificati i cinque maggiori eventi per intensità di altezza d'onda significativa. La mareggiata storicamente più critica si è verificata l'11 Dicembre 2017, raggiungendo un valore massimo di altezza d'onda significativa pari a 6.3 m. Il 30 Ottobre del 2008 e del 2018 sono stati registrati rispettivamente il secondo e terzo evento per intensità di moto ondoso. Dalla comparazione delle caratteristiche d'onda emerge che le maggiori ondazioni hanno una direzione di provenienza nel ristretto settore da 185N a 205°N.

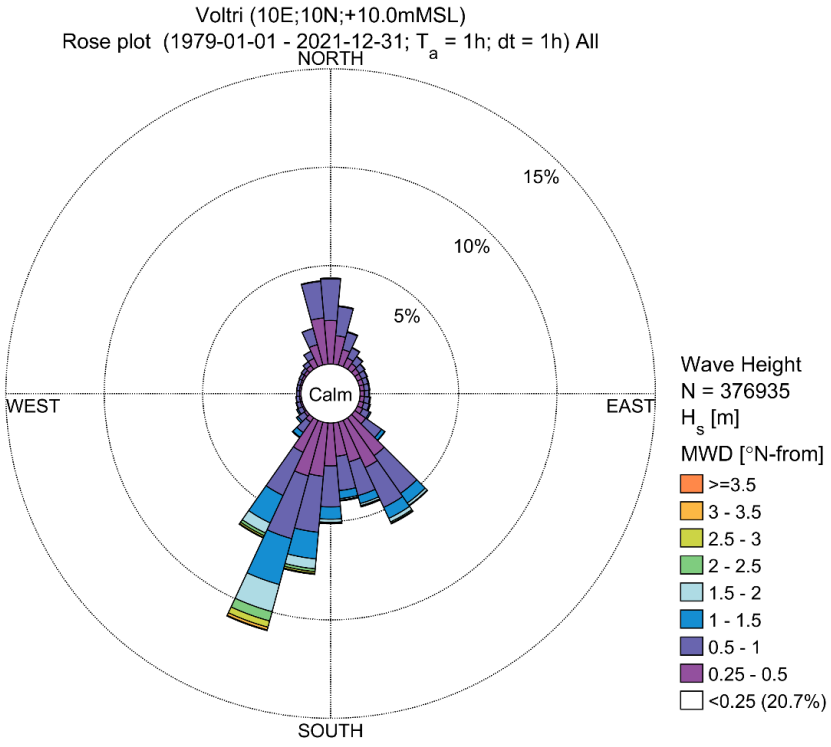


Figura 3-5 Rosa del clima ondoso al largo per il punto MWM (LON 8.737°E, LAT 44.377°N) per il periodo 1979 – 2021

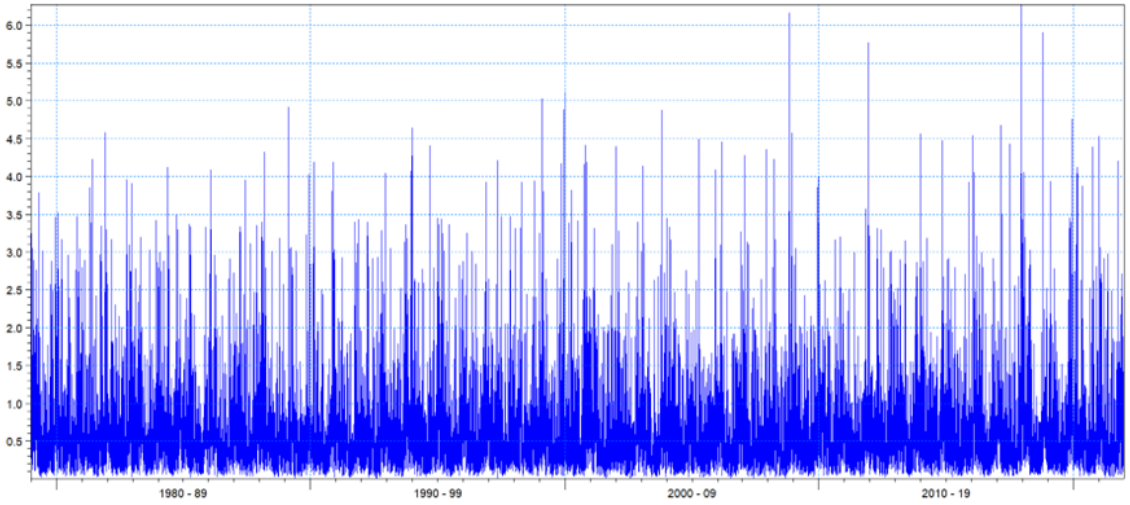


Figura 3-6 Serie storica di altezza d'onda significativa Hs estratta nel punto MWM (LON 8.737°E, LAT 44.377°N) per il periodo 1979 – 2021

Tabella 3-3 Frequenza degli eventi per classi di altezza d'onda significativa Hs in funzione della direzione media di provenienza MWD per il punto MWM (LON 8.737°E, LAT 44.377°) calcolata sul periodo 1979 – 2021

MWD [°N-from] - Mean Wave Direction	[0-0.25[	[0.25-0.5[	[0.5-0.75[	[0.75-1[	[1-1.25[	[1.25-1.5[	[1.5-1.75[	[1.75-2[	[2-2.25[	[2.25-2.5[	[2.5-2.75[	[2.75-3[	[3-3.25[	[3.25-3.5[	[3.5-3.75[	[3.75-4[	[4-4.5[	[4.5-5[	[5-5.5[	[5.5-6[	[6-6.5[	[6.5-7[	[7-7.5[	[7.5-8[	[8-8.5[	Total	Accum
[345-355[	1264	8887	5971	1041	108	16	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	17287	376935
[335-345[	660	4055	2650	527	45	2	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7940	359648
[325-335[	332	1795	1215	252	34	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	3629	351708
[315-325[	198	905	720	155	22	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2004	348079
[305-315[	140	569	480	130	17	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1340	346075
[295-305[	112	438	444	108	19	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1124	344735
[285-295[	99	333	413	126	7	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	983	343611
[275-285[	81	319	381	155	23	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	962	342628
[265-275[	98	284	395	159	25	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	962	341666
[255-265[	107	308	465	191	35	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1109	340704
[245-255[	123	332	466	294	82	17	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1315	339595
[235-245[	123	304	434	483	215	75	27	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1663	338280
[225-235[	278	500	701	747	306	78	20	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2630	336617
[215-225[	1186	1039	1286	1147	716	342	125	30	9	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	5882	333987
[205-215[	7972	6776	4878	4233	3508	2300	1405	731	368	194	221	133	71	42	5	17	14	-	-	-	-	-	-	-	-	32891	328105
[195-205[	8567	10681	6656	5783	5018	4076	3043	2343	1234	602	746	490	344	192	23	120	35	9	8	2	-	-	-	-	-	50119	295214
[185-195[	6812	10253	6449	4305	3203	1926	1125	775	382	158	239	122	92	48	12	22	9	6	6	1	-	-	-	-	-	35985	245095
[175-185[	6144	8199	4840	3021	1617	731	389	216	117	59	28	19	12	7	12	7	14	-	-	-	-	-	-	-	-	25432	209110
[165-175[	5958	6407	4262	2330	1056	474	169	118	66	58	31	7	8	9	7	2	6	-	-	-	-	-	-	-	-	20968	183678
[155-165[	7367	7883	4478	2216	1047	530	279	145	112	45	37	32	5	10	3	3	7	-	-	-	-	-	-	-	-	24199	162710
[145-155[	9351	9980	5525	2902	1459	847	496	264	140	115	79	23	23	13	7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	31224	138511
[135-145[	11192	8859	5617	3211	1486	767	373	165	74	33	16	6	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	31801	107287
[125-135[	3341	2561	2251	1443	568	163	58	27	8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	10420	75486
[115-125[	830	1146	881	551	218	70	15	3	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	3716	65066
[105-115[	383	931	706	377	155	59	20	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2636	61350
[95-105[	255	837	656	350	149	34	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2284	58714
[85-95[	212	808	558	290	137	21	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2030	56430
[75-85[	192	831	595	327	114	19	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2078	54400
[65-75[	212	880	617	297	120	23	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2149	52322
[55-65[	206	936	704	363	119	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2328	50173
[45-55[	243	1087	792	408	101	8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2639	47845
[35-45[	289	1363	1062	535	108	9	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	3366	45206
[25-35[	391	1861	1453	672	106	8	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	4492	41840
[15-25[	606	3097	2409	970	166	5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7253	37348
[5-15[	939	5464	4274	1323	164	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	12165	30095
[-5-5[	1448	8335	6564	1403	174	6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	17930	17930
Total	77710	119242	82248	42825	22447	12633	7554	4824	2512	1266	1397	832	557	321	69	171	237	58	14	3	-	-	-	-	-	376935	-
Accum	77710	196952	279200	322025	344472	357105	364659	369483	371995	373261	374658	375490	376047	376368	376437	376608	376845	376903	376918	376932	376935	376936	376935	376935	376935	-	-

3.2 Propagazione del moto ondoso da largo verso riva

Al fine di propagare l'intera serie ultra-quarantennale di moto ondoso da largo sino al litorale di Voltri è stato utilizzato il modulo MIKE 21 SW - Spectral Waves di DHI, un modello spettrale per vento ed onde di terza generazione, basato su una griglia non strutturata in grado di simulare la trasformazione di onde generate dal vento ed onde di *swell* sia offshore, sia in aree costiere.

Tale modello, a maglia triangolare "flessibile", permette di utilizzare una risoluzione spaziale variabile, più elevata nelle aree per le quali si richiede un maggior dettaglio, laddove rifrazione, *shoaling*, attrito con il fondo e frangimento determinano una forte trasformazione delle caratteristiche dell'onda incidente su distanze relativamente limitate.

I fenomeni fisici che sono modellati con MIKE 21 SW sono i seguenti:

- generazione dell'onda ad opera del vento;
- interazione non lineare onda-onda;
- dissipazione dovuta al cosiddetto "*white capping";*
- dissipazione dovuta all'attrito con il fondo;
- dissipazione dovuta al frangimento;
- rifrazione e *shoaling* dovuti alle variazioni del fondale;
- interazione onde-correnti;
- diffrazione;
- riflessione.

Un'accurata descrizione del modulo MIKE 21 SW è riportata nell'Allegato B al presente elaborato.

I dati di input da inserire nel modello possono essere raggruppati in differenti categorie, ovvero:

- parametri di base (es. mesh di calcolo, durata della simulazione);
- tipo di formulazione, discretizzazione nel dominio delle frequenze e delle direzioni, tecniche di soluzione;
- forzanti (livelli, vento, correnti);
- parametri di dissipazione (frangimento, *white-capping*, attrito al fondo);
- condizioni iniziali (stato di mare iniziale);
- condizioni al contorno (onde al largo o alternativamente contorno chiuso).

I risultati ottenuti, per ognuno degli elementi della *mesh*, sono costituiti essenzialmente dai parametri caratteristici dell'onda: altezza d'onda significativa, periodo, direzione media, *radiation stress*.

3.2.1 Condizioni d'onda

Il modello d'onda MIKE 21 SW è stato implementato applicando come condizioni lungo il contorno aperto (posto al largo del dominio di calcolo) l'intera serie oraria di 43 anni di dati d'onda ricavati dal dataset MWM.

3.2.2 Batimetria e dominio di calcolo

Sulla base dei dati disponibili è stata predisposta una batimetria di calcolo a maglia triangolare la cui dimensione e risoluzione sono state individuate al fine di rappresentare al meglio tutti i fenomeni che intervengono nella propagazione dell'onda da largo verso costa, ottimizzando al contempo i tempi di calcolo.

Il dominio di calcolo si estende per circa 9 km in direzione parallela a costa e 5.5 km trasversalmente, fino a raggiungere una profondità di circa 120 m, dove è localizzato il punto di estrazione dei dati del clima ondoso del database MWM.

La batimetria del modello è stata costruita utilizzando un approccio a maglia flessibile: la risoluzione spaziale al largo (lunghezza media dei lati dei triangoli) è di circa 250 m, ed aumenta progressivamente fino a 25 m nella fascia centrata sull'area di interesse (Figura 3-7).

Complessivamente, la *mesh* di calcolo è costituita da circa 13'500 elementi.

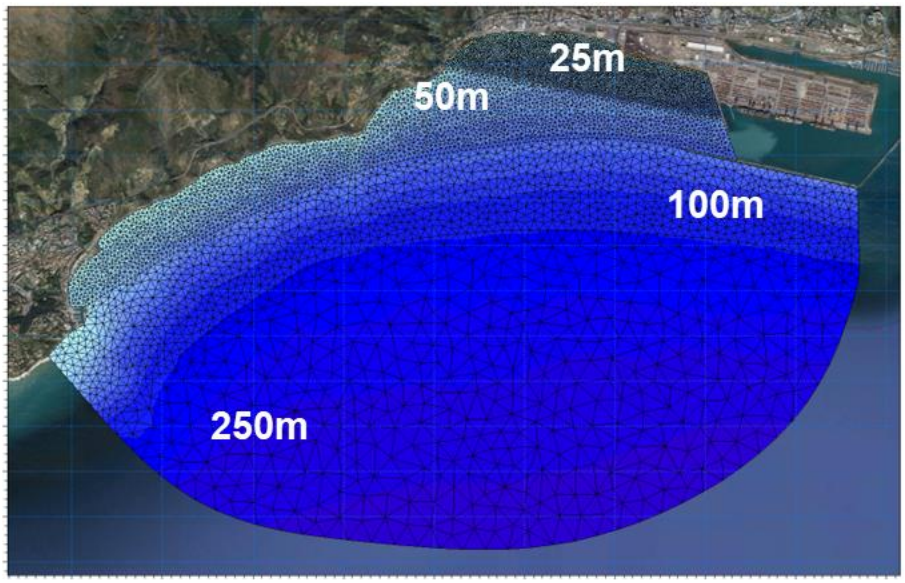


Figura 3-7 Rappresentazione della differente risoluzione della *mesh* di calcolo utilizzata nel modello di propagazione del moto ondoso

Per la caratterizzazione batimetrica dell'area oggetto di studio si è fatto riferimento al rilievo batimetrico di dettaglio predisposto da Co.l.mar. nel mese di Luglio 2022 (Figura 3-8) e al database CM-93 di C-MAP, un database globale di cartografia nautica in formato digitale, creato e continuamente aggiornato da Jeppesen (Figura 3-9).

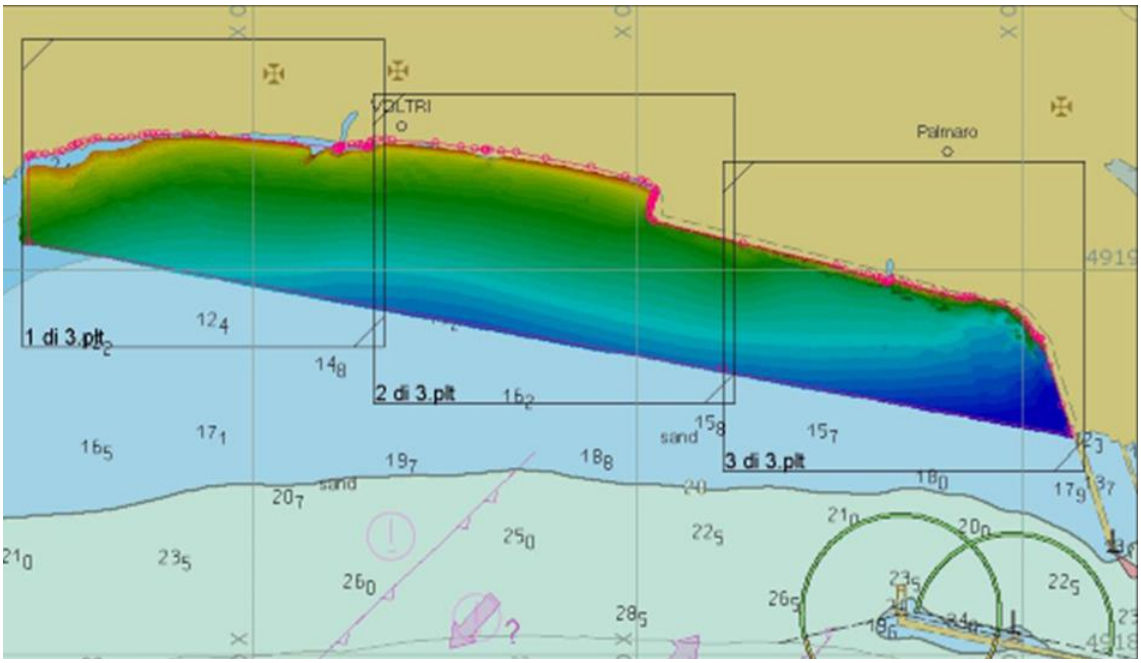


Figura 3-8 Rilievo di dettaglio della spiaggia di Voltri (Co.l.mar. s.r.l., Luglio 2022)

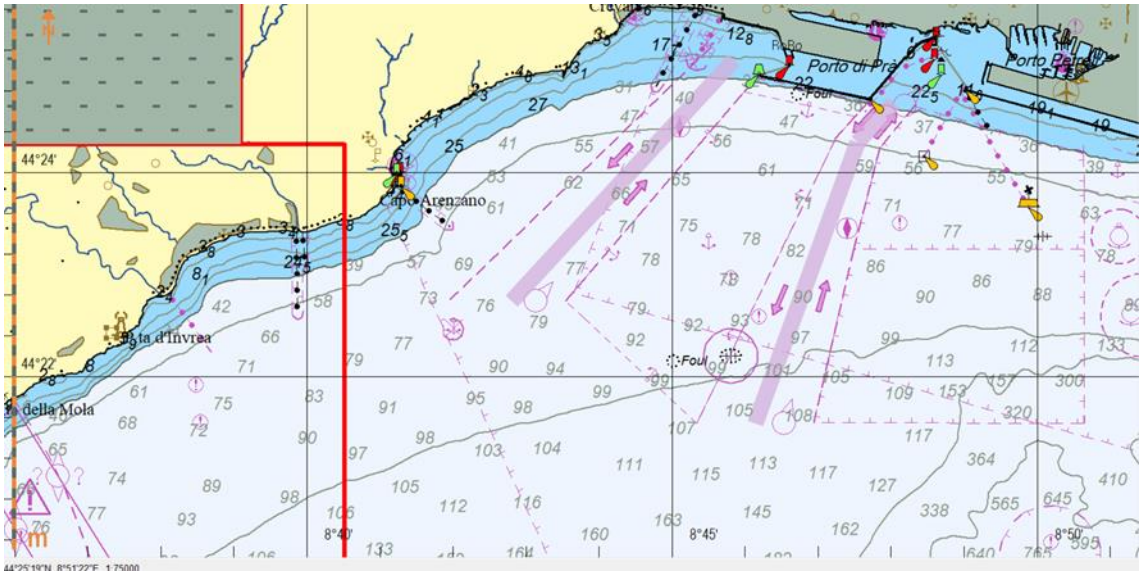


Figura 3-9 Rappresentazione della cartografia nautica digitale utilizzata, database CM-93 di C-MAP

Il risultato finale del processamento dei dati batimetrici a disposizione è mostrato in Figura 3-10, in cui sono rappresentate l'estensione del dominio e la batimetria di calcolo.

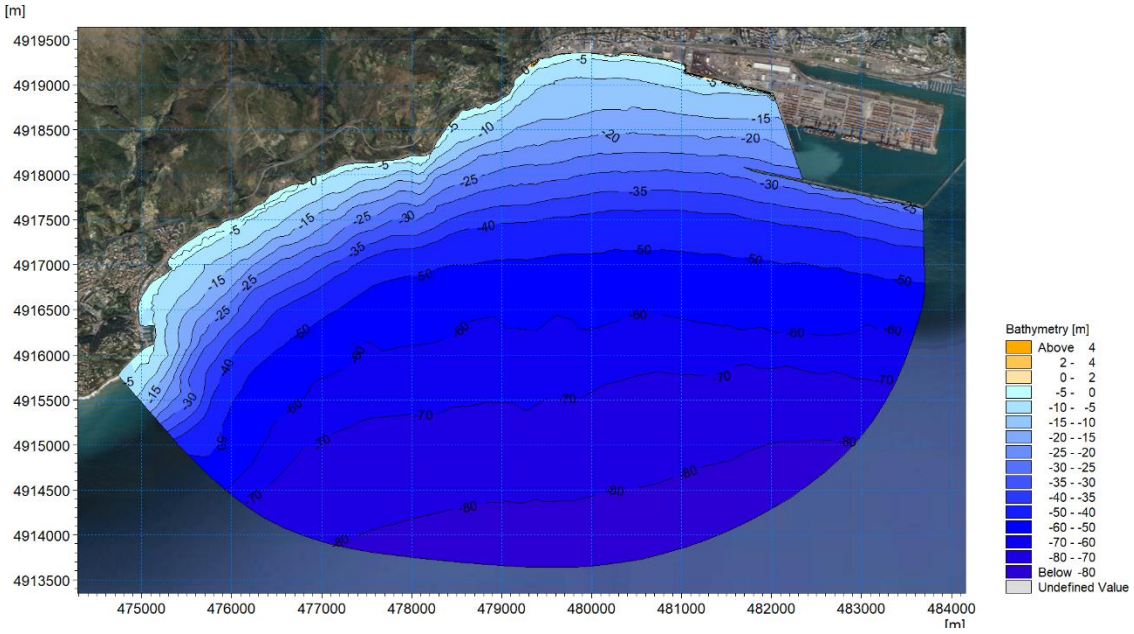


Figura 3-10 Batimetria ottenuta dal processamento dei dati a disposizione

3.2.3 Risultati del modello d'onda

Come anticipato, la propagazione dell'intera serie di dati ha permesso di ottenere la distribuzione delle principali grandezze di moto ondoso (altezza d'onda significativa, periodo medio e di picco e direzione media di propagazione) in tutti i punti del dominio di calcolo, rendendo pertanto possibile estrarre la serie in qualsiasi punto sottocosta.

Nelle immagini a seguire è riportata, a titolo di esempio, la distribuzione spaziale dell'altezza significativa in riferimento a due onde provenienti dai principali settori direzionali; in Figura 3-11 è riportata un'onda da Libeccio caratterizzata da un'altezza significativa Hs pari a 2.7 m, mentre in Figura 3-12 un evento da Scirocco caratterizzato da Hs=1.3 m.

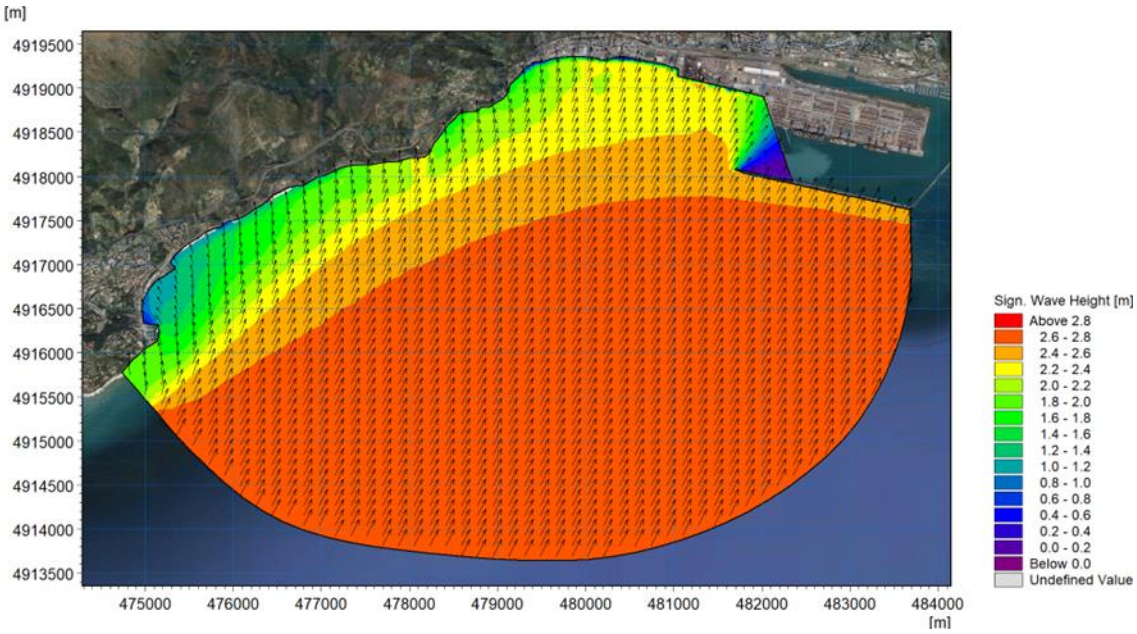


Figura 3-11 Distribuzione dell'altezza d'onda significativa nel dominio di calcolo per un'onda da Libeccio (dati di onda del 1 Gennaio 2018 ore 23. Dati al largo: Hs=2.7 m, Tp=7.9 s, MWD=207°N)

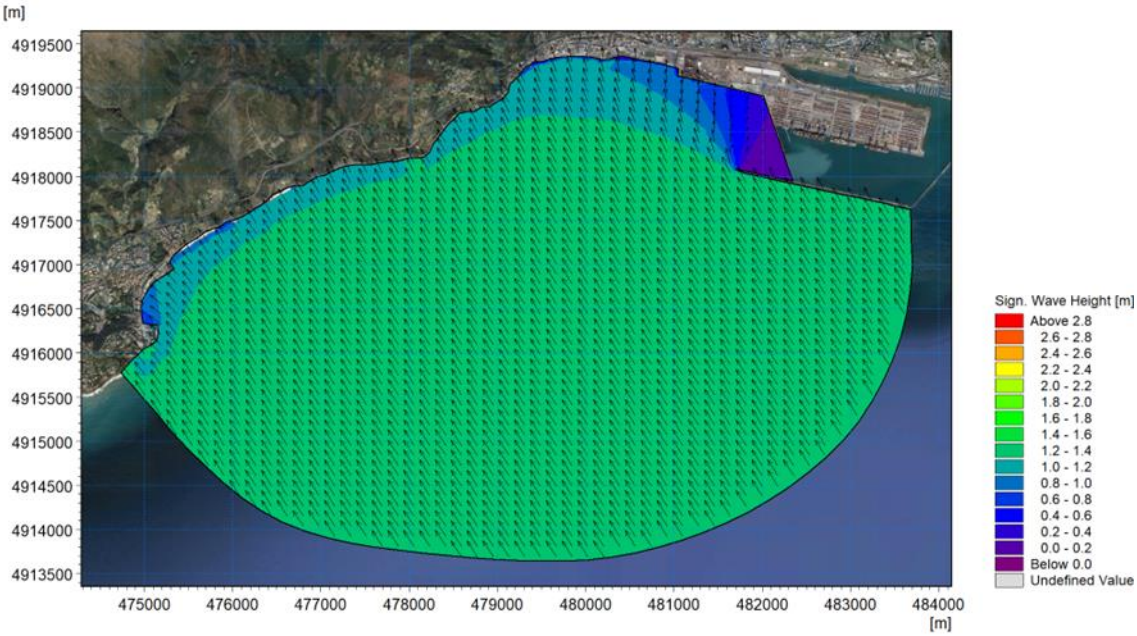


Figura 3-12 Distribuzione dell'altezza d'onda significativa nel dominio di calcolo per un'onda da Scirocco (dati del 26 Aprile 2012 ore 11. Dati al largo: Hs=1.3 m, Tp=5.9 s, MWD=147°N)

In queste mappe la scala cromatica e la lunghezza dei vettori, proporzionale in ogni punto all'altezza d'onda e con direzione coincidente con la direzione media di propagazione, mostrano in maniera efficace le trasformazioni che l'onda subisce nella sua propagazione da largo verso costa.

I risultati della propagazione del moto ondoso mostrano una distribuzione delle altezze piuttosto regolare con l'andamento dei fondali: la variazione di pendenza determina infatti una graduale dissipazione dell'energia ondosa con la propagazione verso costa.

La variazione dell'orientazione dei vettori nell'avvicinamento a costa, che tendono a disporsi perpendicolarmente alle isobate, mette in evidenza il verificarsi del fenomeno della rifrazione, che

è tanto più marcato quanto più la direzione di provenienza delle onde al largo è inclinata rispetto alla perpendicolare a costa.

Il litorale di Voltri beneficia, per gli eventi caratterizzati da direzioni di provenienza dal secondo quadrante, di una parziale schermatura offerta dalla diga del porto di Prà-Voltri, tanto maggiore quanto più inclinata verso Est è la direzione di provenienza dell'ondazione in esame.

Come anticipato, i risultati della propagazione della serie ultraquarantennale delle onde, dal largo verso la riva, hanno consentito la caratterizzazione del clima ondoso in ogni punto del dominio di calcolo. Queste informazioni hanno permesso di ricostruire la serie di parametri ondosi orari per un periodo di 43 anni, da utilizzare come condizioni di largo nei modelli di dettaglio, sia monodimensionali che tridimensionali, sviluppati nel presente studio e descritti nei capitoli seguenti.

4 Evoluzione del profilo trasversale a scala di mareggiata

La simulazione dell'evoluzione del profilo trasversale di spiaggia è funzionale ai seguenti obiettivi:

- valutare l'attuale livello di esposizione al moto ondoso della passeggiata di Voltri;
- supportare l'identificazione della tipologia e della geometria più idonee di un opera di difesa della passeggiata;
- identificare la fascia di litorale soggetta a potenziale movimentazione di materiale in occorrenza di un evento critico di mareggiata;
- supportare le verifiche di stabilità dell'opera di difesa identificata.

Come anticipato in premessa, tale fase di attività di modellazione numerica è stata eseguita avvalendosi del codice di calcolo XBeach-G di Deltares, idoneo alla rappresentazione della morfodinamica di arenili con composizione granulometrica a prevalenza di ghiaia e ciottoli, come nel caso in esame.

XBeach-G è un modello monodimensionale, estensione non idrostatica del modello bidimensionale XBeach, che risolve le variazioni di flusso onda per onda e di elevazione della superficie dovute a onde corte, a profondità intermedie o basse (Figura 4-1 e Figura 4-2). Tale modello consente la quantificazione del massimo arretramento della linea di riva per effetto delle dinamiche di trasporto trasversale (*cross-shore*) e la risposta morfodinamica della spiaggia, a scala di mareggiata, per un profilo trasversale di ghiaia, note le quote del fondo, le caratteristiche granulometriche del sedimento e le condizioni di onda al limite di largo del profilo.

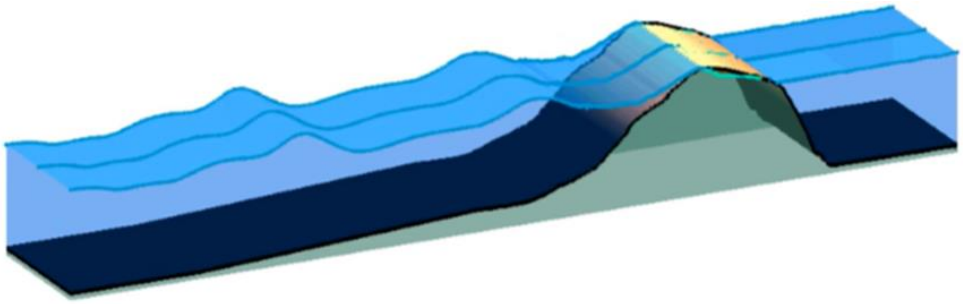


Figura 4-1 Esempio di visualizzazione dei risultati del modello Xbeach-G

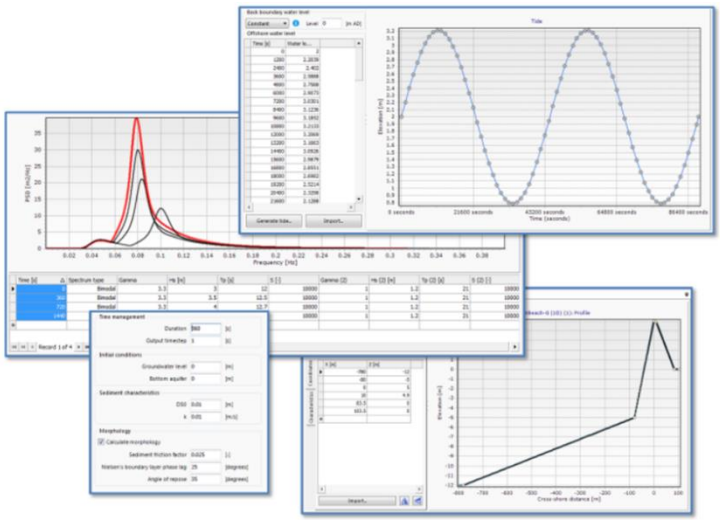


Figura 4-2 Esempio di file di input al modello XBeach-G

A seguire si riportano i dettagli sulle configurazioni geometriche dei profili di spiaggia di riferimento selezionati per la modellazione e la definizione dello scenario meteomarino oggetto di simulazione.

4.1 Selezione dei profili trasversali di riferimento

Per lo studio in oggetto sono stati selezionati cinque profili trasversali (transetti), di lunghezza pari a circa 700m, estesi dalla batimetrica 15m sino alla passeggiata di Voltri. Ogni profilo è stato selezionato perchè rappresentativo di un preciso tratto dell'opera caratterizzata, lungo il suo sviluppo lineare, da una differente esposizione al moto ondoso e/o da una diversa distanza dalla linea di riva.

La simulzione morfodinamica (a fondo mobile) è stata svolta in riferimento a tre diverse configurazioni geometriche di ogni transetto, come anticipato in premessa:

- la configurazione di "stato attuale";
- la configurazione "di progetto", che include l'opera di difesa della passeggiata proposta nell'ambito del progetto degli degli "Interventi di manutenzione straordinaria della passeggiata di Voltri: riqualificazione - GE2.2.4.1.A - MOGE 21121 e percorso ciclabile - GE3.2.8.3.A" MOGE 21276";
- la configurazione "futura", che comprende sia la nuova opera di difesa della passeggiata, sia il ripascimento strutturale e i due isolotti dissipatori definiti nell'ambito dello studio per il riutilizzo funzionale dello smarino derivante dalla costruzione dello scolmatore del torrente Bisagno [3].

La geometria dei transetti per la configurazione di stato attuale è stata definita sulla base del rilievo messo a disposizione dalla Committenza, predisposto da Co.l.mar. nel Luglio del 2022 (Figura 3-8), integrata, per la parte a terra, da un recente rilievo topografico effettuato con drone da Flyview, a Settembre del 2024 nell'ambito del presente studio. A integrazione di tali dati, per le profondità superiori ai 10m sono state utilizzate le batimetrie provenienti dalle carte nautiche digitali appartenenti al database CM-93 di C-MAP (Figura 3-9).

Per la configurazione di progetto i progettisti incaricati dal Comune di Genova hanno messo a disposizione lo schema di intervento proposto per l'opera di difesa della passeggiata, identificato in una scogliera radente in massi, continua (a meno di rampe di accesso e di scaletti per le piccole imbarcazioni), con quota sommitale variabile tra +5.2m s.l.m.m. e +5.0 m s.l.m.m.. Per i dettagli dell'intervento si rimanda alla documentazione progettuale.

Per la configurazione futura è stata fornita dai progettisti incaricati dal Comune un'ipotesi, cautelativa, di ripascimento e di avanzamento della linea di riva di 10 m, basata sulla stima inferiore dei volumi a disposizione.

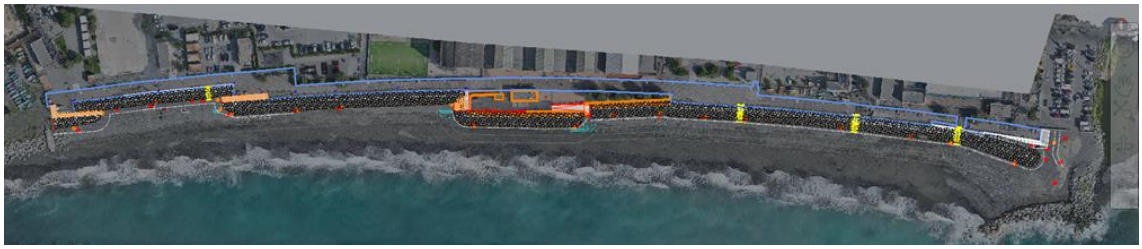


Figura 4-3 Schema di intervento proposto per l'opera radente a difesa della passeggiata

In Figura 4-4 si riporta, a titolo esemplificativo, il profilo 1 nelle varie configurazioni in esame.

La configurazione di progetto prevede, rispetto alla configurazione attuale, una variazione limitata all'ingombro dell'opera rigida e ad un reimpiego locale del materiale di spiaggia movimentato, a ricoprimento della scogliera e a parziale ripascimento della spiaggia, mentre la configurazione futura comporta un significativo avanzamento della linea di riva e la variazione delle quote di spiaggia emersa e sommersa.

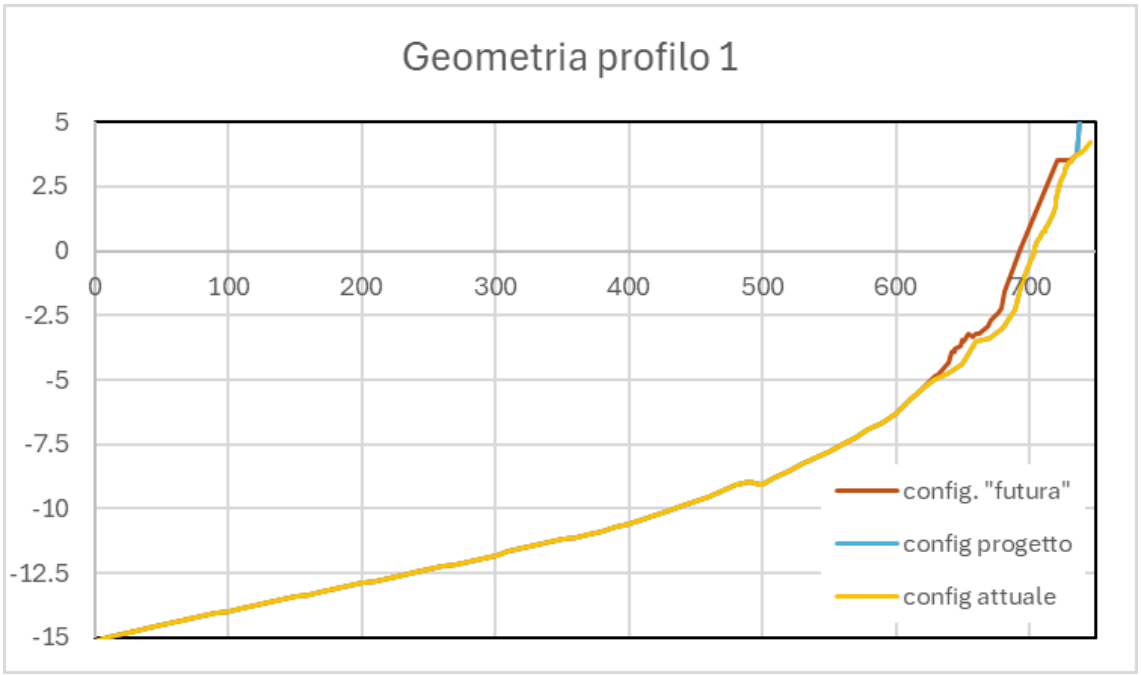


Figura 4-4 Profilo 1 nelle configurazioni di stato attuale (in giallo), configurazione di progetto (in blu) e configurazione futura (in marrone)

In Figura 4-5 si riporta la traccia dei cinque profili, sia per l'estensione completa che per il dettaglio relativo alla parte di spiaggia emersa e di passeggiata, zona oggetto di studio.



Figura 4-5 Traccia dei cinque profili rappresentativi dell'intera passeggiata R.Bruzzone utilizzati per la simulazione morfodinamica della spiaggia a scala di mareggiata, per l'intera lunghezza dei transetti (in alto) e per il dettaglio relativo alla parte su spiaggia emersa e passeggiata (in basso)

4.2 Identificazione della mareggiata rappresentativa

Per l'identificazione della fascia di litorale soggetta a potenziale movimentazione di materiale in occorrenza di un evento critico di mareggiata, in accordo con i progettisti si è assunto di riferirsi ad un evento di mareggiata sintetico caratterizzato dal valore di altezza d'onda significativa al picco associato al tempo di ritorno pari a 50 anni, di durata e forma derivata dall'analisi dei 10 maggiori eventi della serie oraria di dati di onda disponibile.

Come anticipato nel capitolo 2 e riportato nel capitolo 3, i parametri d'onda utilizzati come condizione al contorno dei modelli sono stati estratti dai risultati del modello d'onda bidimensionale MIKE 21 SW, implementato nell'ambito dello studio DHI 2022 per Autorità di Sistema Portuale del Mar Ligure Occidentale (par.3.2.3).

A seguire si riporta l'anagrafica dei punti al largo dei cinque profili di controllo per i quali sono state estratte le serie di dati.

Tabella 4-1 Anagrafica dei punti al largo dei cinque profili in corrispondenza dei quali si è provveduto ad estrarre la serie dei parametri di onda dal modello largo-costa (Sistema di riferimento WGS 84 UTM zona 32N)

Profilo	X[m]	Y[m]
profilo 1	479817	4918649
profilo 2	479850	4918657
profilo 3	479950	4918682
profilo 4	479955	4918683
profilo 5	480048	4918708

Come evidenziato nell'immagine a seguire, che illustra l'andamento dell'altezza d'onda significativa nei punti al largo dei cinque profili per un periodo di tre anni, dal 2017 al 2019, come prevedibile in considerazione della limitata interdistanza tra i punti (250m al massimo), i valori di Hs risultano praticamente identici. Di conseguenza, si è proceduto a caratterizzare la serie di moto ondoso e a predisporre l'analisi statistica per il solo profilo centrale (Profilo 3), considerandolo rappresentativo delle condizioni al largo di tutti i profili.

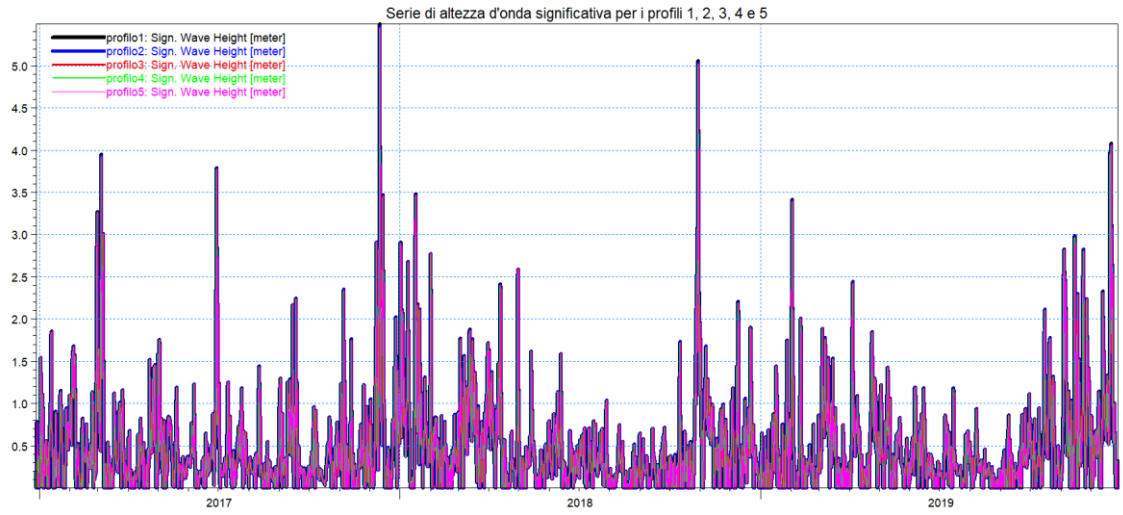


Figura 4-6 Serie di altezza d'onda significativa estratta nei punti di largo dei cinque profili di riferimento per il periodo 2017-2019

A seguire si riporta la rosa del moto ondoso per l'intero periodo dei 43 anni di dati a disposizione (Figura 4-7), dal 1979 al 2021 e la relativa tabella di frequenza degli eventi per classe di altezza d'onda significativa in funzione della direzione media di provenienza (Tabella 4-2).

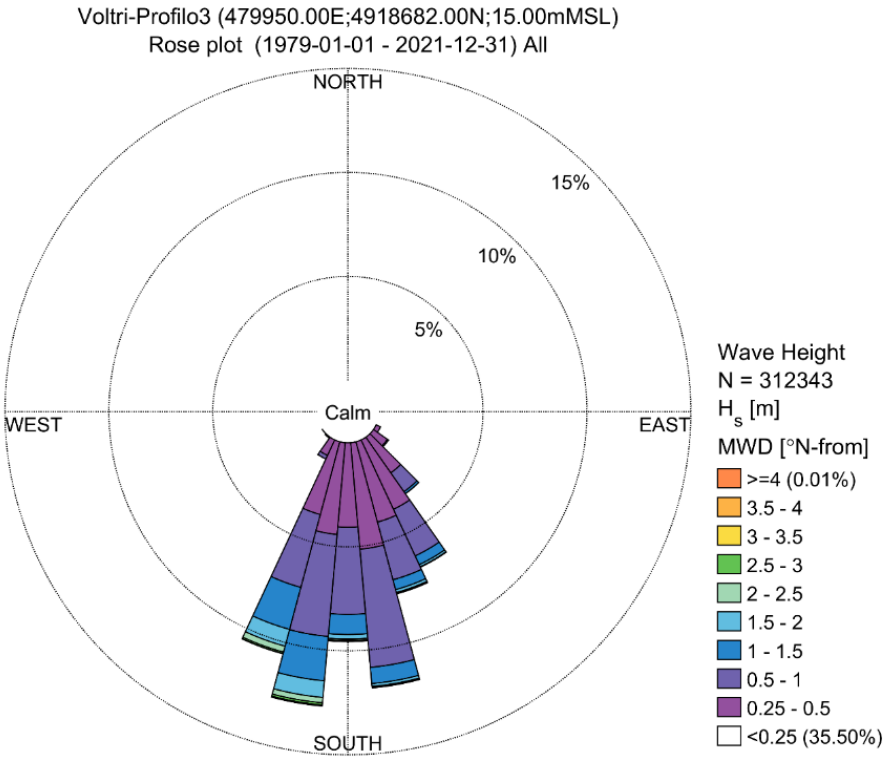


Figura 4-7 Rosa del clima ondoso per il profilo 3 per il periodo 1979-2021

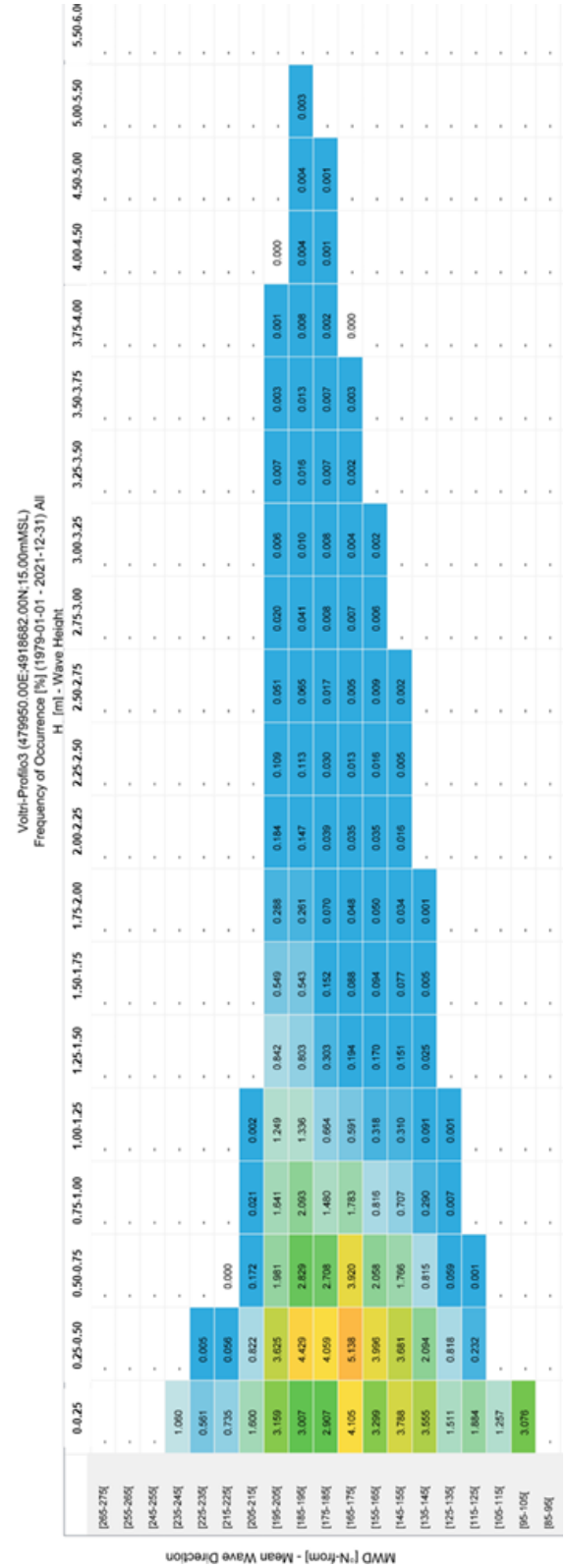
Dall'analisi del diagramma polare e dalla frequenza di occorrenza degli eventi si evince che le ondazioni più frequenti e più intense provengono da Sud/Sud-Ovest (Libeccio), con particolare riferimento alle direzioni comprese tra 175°N e 205°N. Complessivamente tale settore racchiude circa il 42% delle onde totali, corrispondente ad una frequenza di circa 5 mesi all'anno. Da tale settore provengono gli eventi più critici con valori di altezza d'onda significativa fino a 5.50m.

Dalla caratterizzazione del clima ondoso sottocosta, parzialmente influenzata anche dalla rotazione del fronte d'onda causata dal fenomeno della rifrazione durante la propagazione dal largo verso la riva, si evince che il settore prevalente e dominante per la spiaggia di Voltri si mantiene in prossimità della costa, come già osservato per il punto al largo, quello del Libeccio-Mezzogiorno.

Decisamente minori sia per frequenza di occorrenza (circa 27%), che per valori di altezza significativa (inferiori ai 3.25m m), sono le onde provenienti da Sud-Est (Scirocco), in particolare dal settore compreso tra 135°N e 165°N.

La condizione di calma, qui associata ad una altezza d'onda significativa inferiore a 0.25 m, si verifica mediamente per circa il 36% del tempo, corrispondente a poco più di 4 mesi all'anno.

Tabella 4-2 Frequenza degli eventi per classi di altezza d'onda significativa Hs in funzione della direzione media di provenienza MWD per il punto al largo del profilo 3, rappresentativo per tutti e cinque i transetti di studio, calcolata sul periodo 1979-2021



4.2.1 Analisi statistica degli eventi estremi di altezza d'onda significativa sottocosta

Al fine di identificare le condizioni del picco della mareggiata sintetica di riferimento da simulare con il modello numerico, si è proceduto con l'analisi statistica della serie di altezza d'onda significativa estratta al limite del profilo 3.

In letteratura sono disponibili molte distribuzioni di probabilità, tecniche di selezione dei dati e di fitting e i risultati statistici risultano inevitabilmente dipendenti dalla metodologia selezionata.

Nel presente studio si è proceduto facendo riferimento ad una serie di diversi approcci, tutti opportunamente testati e confrontati, con la selezione del metodo che meglio approssimava i dati a disposizione.

La procedura adottata per questa analisi è stata la seguente:

- estrazione di eventi statisticamente indipendenti. Il criterio di indipendenza degli eventi è legato sia all'intervallo di tempo che li separa (tipicamente non meno di 24 ore) sia all'evidenza che l'onda, tra due eventi indipendenti, scenda al di sotto di una determinata soglia (in genere pari al 70% del minore dei due valori associati agli eventi indipendenti);

- *fit* della distribuzione di probabilità con gli eventi selezionati, distinti per settori direzionali. I parametri della distribuzione di probabilità possono essere stimati sia con metodi di massima verosimiglianza, sia con metodi ai minimi quadrati. In particolare, il *fit* dei dati è stato fatto in riferimento alla distribuzione di tutti gli eventi indipendenti sopra una determinata soglia (metodo "Peak Over Threshold"). Tra i tipi di distribuzione sono stati testati: l'esponenziale, la lognormale, la Weibull troncata e la Weibull a 2 parametri;

- stima degli intervalli di confidenza mediante tecniche di *bootstrap*.

Nel caso in esame, per modellizzare il comportamento del fenomeno di interesse in relazione alla popolazione di riferimento e alla finalizzazione dell'analisi è stata presa a riferimento la distribuzione statistica Weibull a due parametri (con una soglia selezionata pari a 2.6m) che meglio rappresentava l'andamento del campione di circa 100 eventi.

A seguire si riportano la tabella riassuntiva dei valori di altezza d'onda significativa per assegnato periodo di ritorno (Tabella 4-4) e il grafico con la distribuzione statistica (Figura 4-12).

Tabella 4-3 Valori di altezza d'onda significativa Hs [m] per diversi periodi di ritorno, risultanti dall'analisi statistica

Altezza d'onda significativa	**TR 1 anno**	**TR 5 anni**	**TR 10 anni**	**TR 50 anni**
	Hs [m]	**Hs [m]**	**Hs [m]**	**Hs [m]**
Sottocosta - 15m	3.1	4.0	4.4	5.4

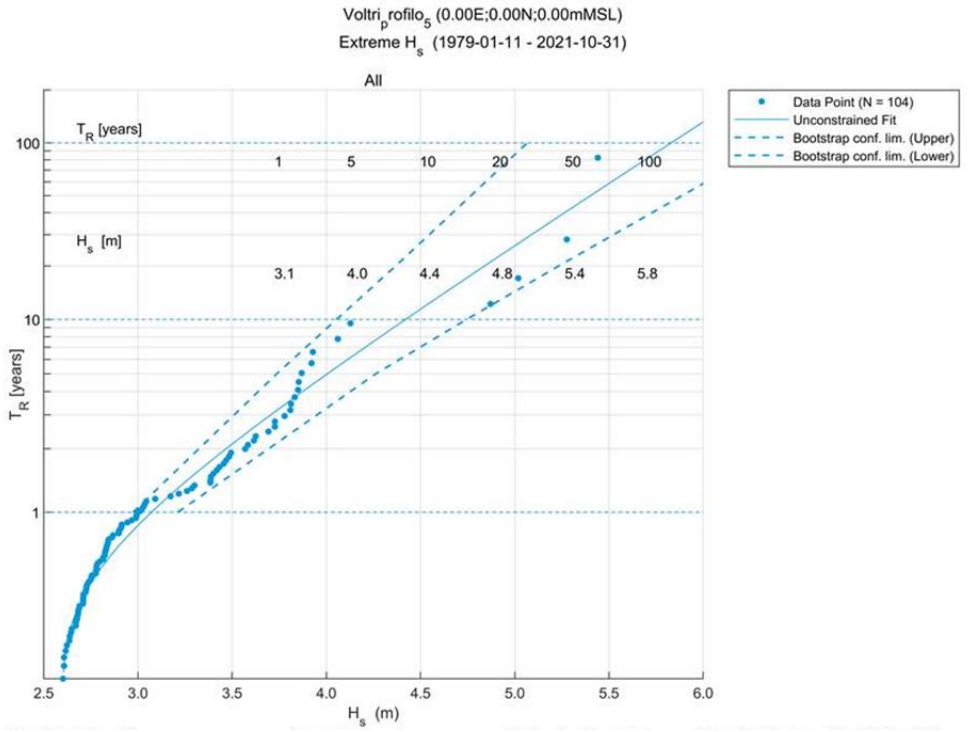


Figura 4-8 Distribuzione statistica di Weibull a due parametri per il campione di dati relativi all'altezza d'onda significativa Hs

L'altezza d'onda, per assegnato tempo di ritorno pari a 50 anni, è stata stimata in 5.4m.

4.2.2 Definizione della durata dell'evento di mareggiata di riferimento

Dopo aver identificato il valore di altezza d'onda al picco dell'evento di riferimento, per definire durata e forma dell'evento da simulare si è fatto riferimento alle dieci maggiori mareggiate storiche disponibili nella serie di dati orari di altezza d'onda al limite di largo dei profili per il periodo dal 1979 al 2021, di seguito elencate:

Mareggiata	Hs, max [m]	data
1	5.44	10/12/2017
2	5.28	29/10/2008
3	5.02	30/10/2018
4	4.87	16/12/2011
5	4.13	31/10/2003
6	4.06	21/12/2019
7	3.91	4/3/2017
8	3.85	11/1/2016
9	3.85	24/12/2013
10	3.83	4/11/2014

Sulla base della durata e della forma di tali eventi (Figura 4-9) si è assunto di fare riferimento ad una mareggiata di tipo triangolare, di durata complessiva pari a 18 ore e picco centrato a 9 ore (linea tratteggiata in colore rosso in Figura 4-9).

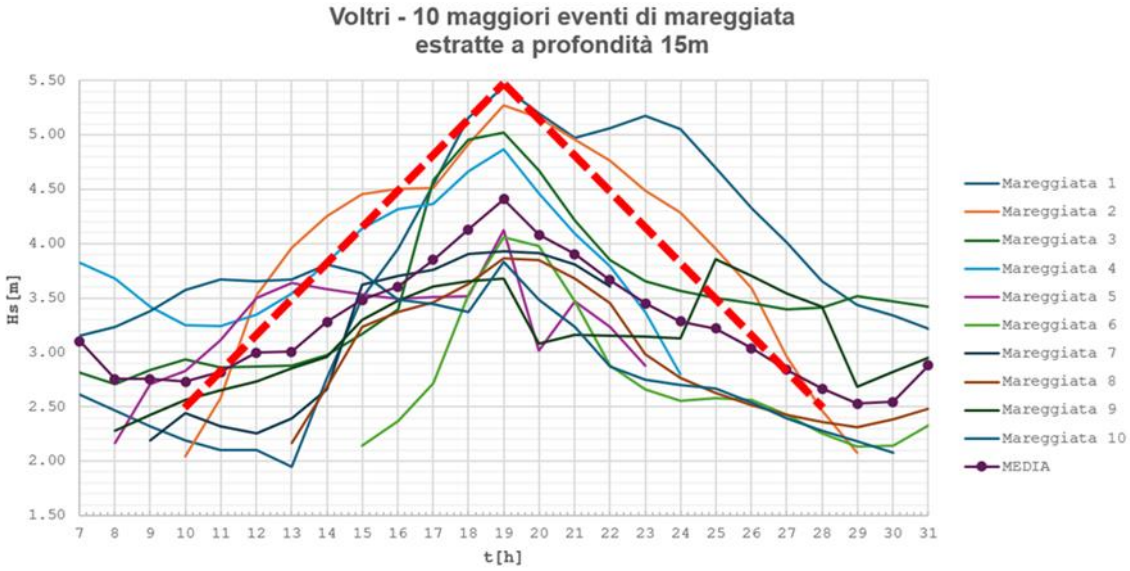


Figura 4-9 Andamento delle serie di altezza d'onda significativa per le 10 mareggiate più intense nel periodo 1979-2024, estratte alla profondità di 15m al largo di Voltri, utilizzate per la ricostruzione di una mareggiata sintetica con Hs di picco associato a TR50anni (polilinea tratteggiata in colore rosso)

4.3 Dati di livello della superficie marina

Per la definizione del livello marino da considerare si è fatto riferimento alla serie osservata del mareografo di Genova, il più rappresentativo per il sito in esame e con maggior disponibilità di dati recenti continui.

In Figura 4-10 è riportata monografia della stazione mareografica.

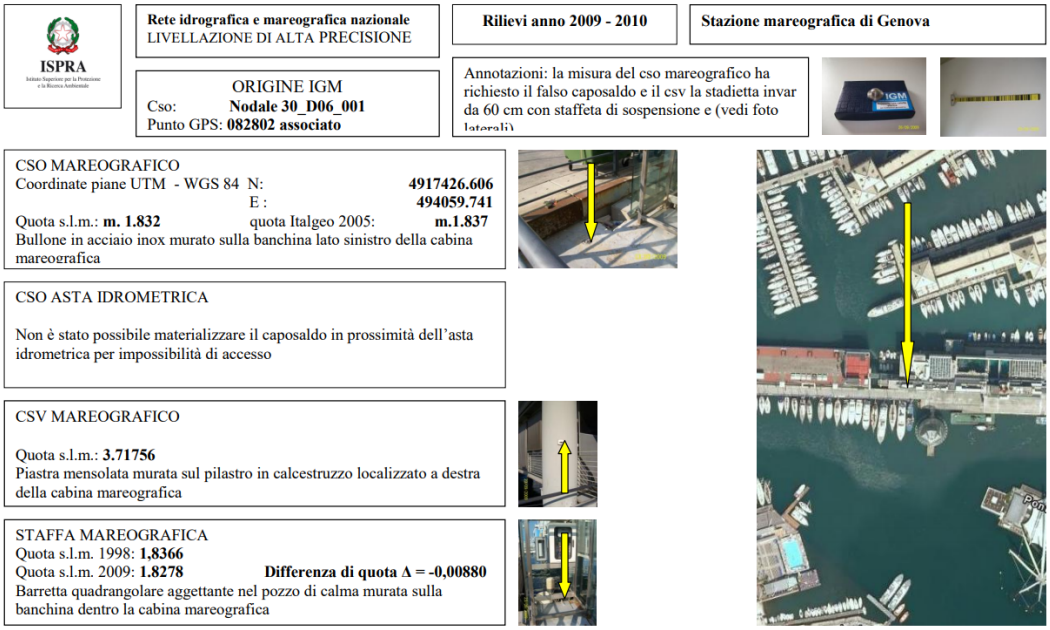


Figura 4-10 Monografia della stazione mareografica di Genova

Lo strumento, appartenente alla Rete Mareografica Nazionale (*www.mareografico.it*), è ubicato presso l'Acquario, all'interno del Porto di Genova, nel punto di coordinate geografiche Latitudine 44° 24' 36.46'', Longitudine 08° 55' 31.86'' (Figura 4-11).

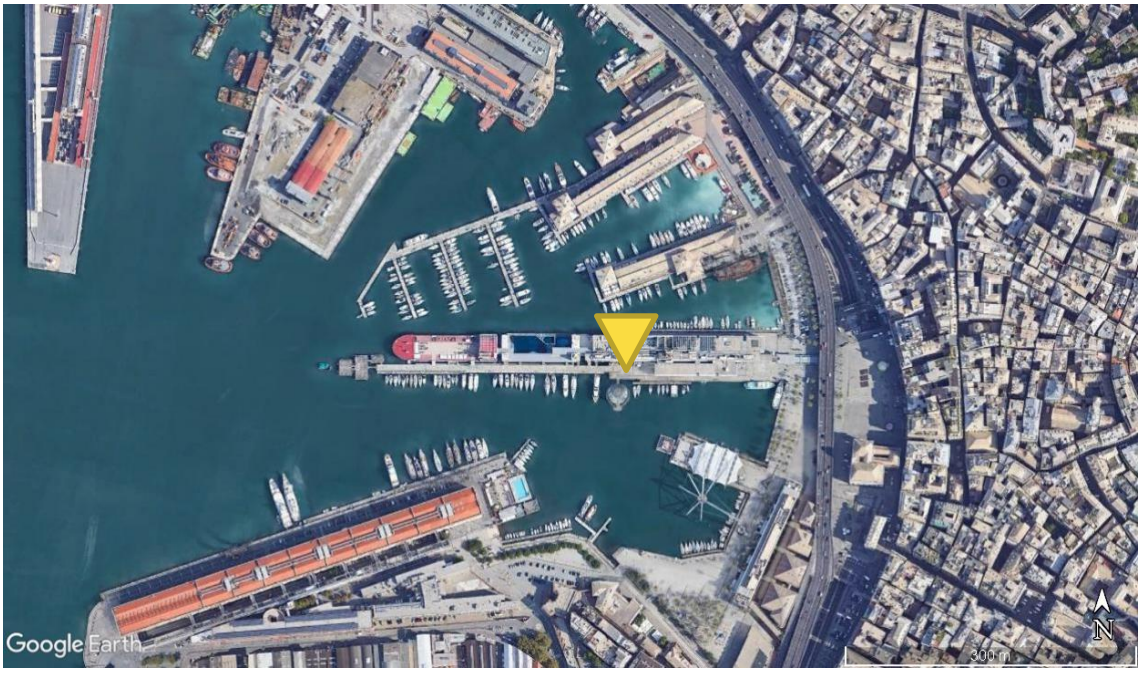


Figura 4-11 Ubicazione del mareografo di Genova all'interno del porto

I dati utilizzati, registrati ad intervalli orari o di dieci minuti, sono stati omogeneizzati e depurati dei dati anomali o mancanti.

Per le elaborazioni svolte nel presente studio si è fatto riferimento alle registrazioni disponibili recenti, più precisamente dal 1.1.2000 al 31.12.2023.

Il mareografo è posto all'interno del bacino portuale, pertanto è in grado di tenere in considerazione i seguenti contributi alla composizione del livello superficiale totale:

- contributo della marea astronomica;
- contributo della pressione atmosferica (effetto di "barometro inverso");
- contributo del vento (effetto "*wind setup*", ovvero schiacciamento della massa d'acqua verso terra in concomitanza con intensi venti provenienti dal mare).

4.3.1 Analisi statistica dei livelli

Per la statistica dei livelli per assegnato tempo di ritorno si è proceduto con il medesimo approccio descritto per l'altezza d'onda significativa, impostato sul campione dei 130 valori più elevati registrati dal mareografo nel periodo di dati a disposizione.

A seguire si riportano la tabella riassuntiva dei valori di livello per assegnato periodo di ritorno risultante (Tabella 4-4) e il grafico con la distribuzione statistica (Figura 4-12).

Tabella 4-4 Valori di livello marino WL [m] per diversi periodi di ritorno, risultanti dall'analisi statistica

Livello marino	TR 1 anno	TR 5 anni	TR 10 anni	TR 50 anni
	WL [m]	WL [m]	WL [m]	WL [m]
Mareografo Genova	0.49	0.57	0.65	0.76

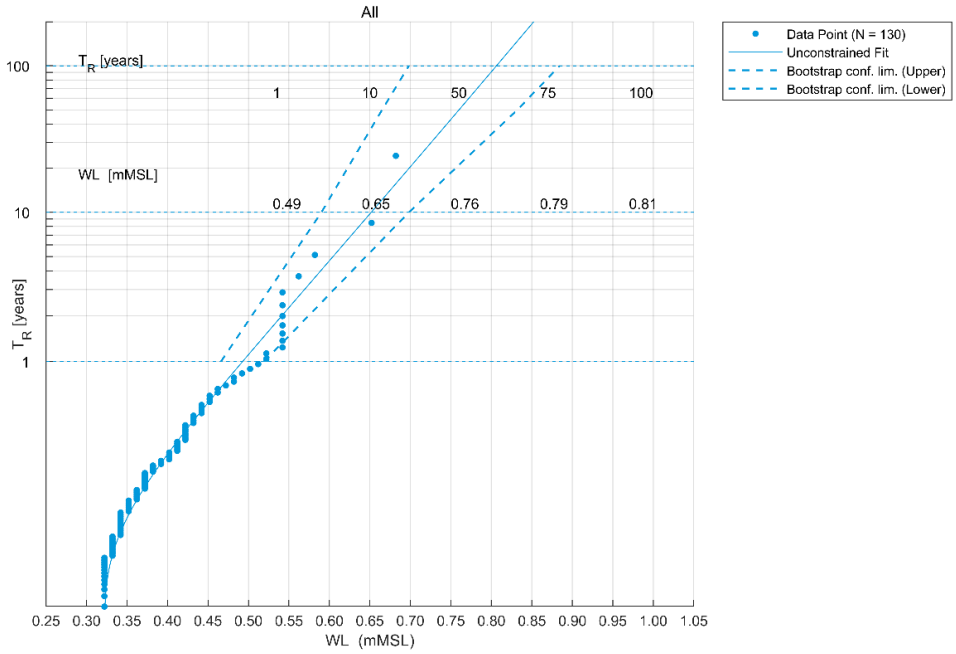


Figura 4-12 Distribuzione statistica di Weibull a due parametri per il campione di dati relativi ai livelli marini registrati dal mareografo di Genova

4.3.2 Sea Level Rise

In considerazione dell'obiettivo dell'analisi, si è proceduto inoltre valutando il potenziale contributo per l'effetto di innalzamento del livello del mare conseguente ai cambiamenti climatici in atto.

La stima di tale tendenza a lungo termine è affidata a modelli climatici, socioeconomici e tecnologici basati su diversi scenari futuri che tengono conto di fattori come la crescita della popolazione, lo sviluppo economico, le politiche energetiche e le tecnologie disponibili. Il metodo più consolidato per la stima dell'innalzamento del livello del mare si basa sugli scenari climatici definiti dal Gruppo intergovernativo sul cambiamento climatico (Intergovernmental Panel on Climate Change, IPCC) delle Nazioni Unite. Il NASA IPCC Tool permette di consultare i valori mediani di livello del mare previsti per le decadi a venire, distribuiti spazialmente a scala globale con risoluzione 1°N x 1°E, secondo i differenti scenari climatici.

Al fine di includere anche l'incremento del livello marino nella stima delle condizioni di onda a supporto della progettazione degli interventi di difesa, si è fatto riferimento al punto più prossimo all'area di interesse, considerando cautelativamente lo scenario SSP5-8.5, associato alla previsione futura con il più alto livello di emissioni di gas climalteranti e politiche economiche espansive.

Il valore di innalzamento del livello del mare stimato al punto più prossimo al sito di studio disponibile per lo scenario SSP5-8.5 riferito all'anno 2050 è pari a 0.23 m (Figura 4-13).

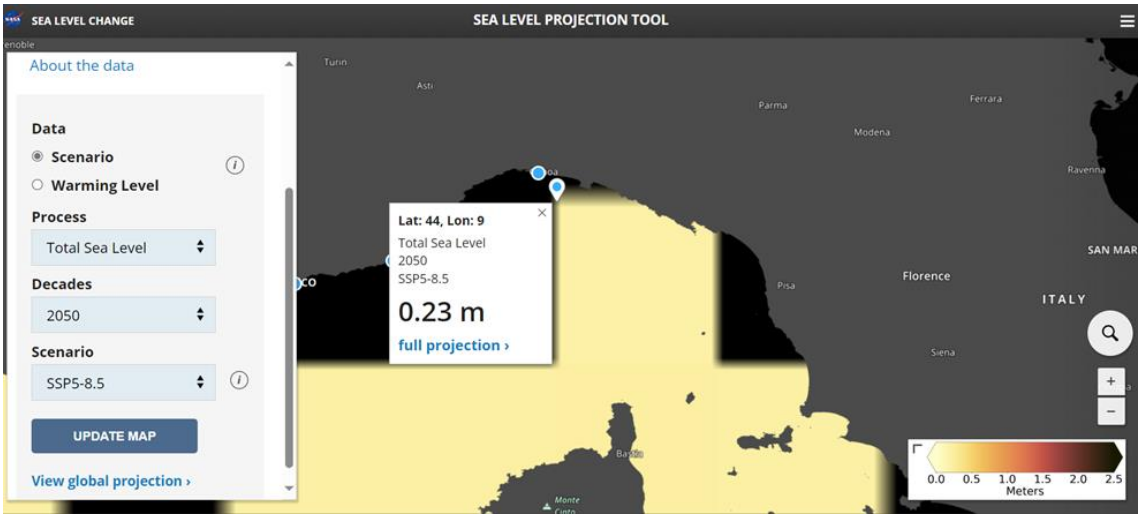


Figura 4-13 Stima del potenziale contributo per l'effetto di innalzamento del livello del mare conseguente ai cambiamenti climatici in atto (@Sea Level Projection Tool – NASA Sea Level Change Portal)

Si ritiene opportuno sottolineare il significativo grado di incertezza legato alla stima dei valori di innalzamento del livello del mare per via della molteplicità dei fattori presi in considerazione nella definizione degli scenari. Pertanto, la stima del valore dell'innalzamento del livello del mare estratto non è da considerarsi su base statistica né a maggior ragione deterministica, piuttosto essa rappresenta un'indicazione utile ad incrementare cautelativamente i risultati dell'analisi statistica dei valori estremi.

4.4 Risultati del modello

Di seguito viene presentata una serie di immagini che illustrano le diverse fasi evolutive dei profili di spiaggia, mettendo a confronto la geometria iniziale del transetto (indicata in colore marrone) e quella finale (in colore grigio), a intervalli di 3, 6, 9 e 18 ore dall'inizio dell'evento di mareggiata. Questa comparazione è stata effettuata per ciascuno dei cinque profili di controllo, in ognuna delle tre configurazioni geometriche di riferimento: attuale, progettuale e futura.

Le simulazioni sono state svolte assumendo una granulometria media del sedimento pari a 8 mm (valore di riferimento per la spiaggia di Voltri) e, cautelativamente, anche una pezzatura minore, con diametro pari a 2 mm.

Dai risultati ottenuti si osserva durante le prime ore della mareggiata una ridistribuzione significativa del materiale, con il sedimento che si sposta dalla spiaggia emersa (situata tra le quote -0.5/0.0 m e +3.0/+3.5 m) verso la fascia sommersa della spiaggia, dalla linea di riva sino alla batimetrica dei 6 m. Il profilo della spiaggia, con il passare del tempo, tende ad addolcirsi, evolvendo verso una configurazione più stabile, che rappresenta una geometria di "equilibrio".

Nella **configurazione attuale**, il materiale tende a spostarsi sia verso le basse profondità che verso la porzione superiore della spiaggia, talvolta accumulandosi. Un fenomeno importante che emerge è l'arretramento generale della linea di riva, che si manifesta in modo più contenuto nei profili 1, 2 e 3 (con spostamenti da 2 a 5 m), mentre si rivela più marcato nei profili 4 e 5, dove l'arretramento della linea di riva può arrivare fino a 10 m. L'evento di mareggiata simulato comporta inoltre un significativo approfondimento delle quote dell'arenile, con variazioni di circa 1 m tra l'inizio e la fine dell'evento. I profili più dinamici durante l'evento risultano essere il profilo 3 ed il profilo 1, che mostrano una maggiore movimentazione del sedimento in risposta alle onde.

Nella **configurazione di progetto**, le dinamiche di movimentazione del materiale risultano simili a quelle dello stato attuale, ma con una generale maggiore stabilità, anche grazie alla ricarica dell'arenile che verrà eseguita con il materiale scavato.

Il profilo più dinamico in questa configurazione è ancora il profilo centrale (profilo 3)**,** soprattutto per la granulometria del sedimento più fine (d_{50} pari a 2 mm). In questo caso, l'arretramento della linea di riva può superare i 10 m durante l'evento, e l'approfondimento nella zona limitrofa alla scogliera può arrivare ad un massimo di 3 m. Questo fenomeno, così singolare nel profilo 3, è dovuto alla minore larghezza della spiaggia, che comporta una minore dissipazione dell'energia del moto ondoso ed un maggior impatto sulla scogliera ed una maggiore capacità di erosione al piede della stessa.

La **configurazione futura,** con interventi complementari di ripascimento strutturale e parziale protezione con opere rigide, comporta un significativo miglioramento nelle dinamiche di trasporto trasversale alla spiaggia, soprattutto in conseguenza del significativo intervento di ripascimento strutturale previsto. In particolare, l'avanzamento della linea di riva di circa 10 m, il ripristino di un profilo della spiaggia più prossimo all'equilibrio e la creazione di un plateau a quota +3.5 m in corrispondenza della scogliera a protezione della passeggiata, costituiscono elementi atti a favorire una graduale riduzione dell'energia del moto ondoso lungo i profili di spiaggia ed una maggiore resilienza del sistema.

I risultati dell'evoluzione del profilo 3, il più critico tra i profili di controllo, sono stati presi a riferimento per la definizione delle quote di imbasamento della scogliera. I risultati in configurazione di progetto hanno evidenziato potenziali criticità dovuti allo scavo al piede dell'opera, mentre nella configurazione futura le criticità risultano fortemente attenuate. Resta peraltro evidente che tutte le configurazioni devono essere mantenute attraverso periodici interventi di manutenzione e, in particolare, di ripascimento. Si ritiene quindi che lo scenario corrispondente alla "configurazione di progetto", e le corrispondenti criticità, possano essere comunque ritenute un riferimento progettuale valido e giustamente cautelativo anche per la configurazione futura.

A seguire si riporta una sintesi grafica dei risultati delle simulazioni svolte, suddivise per configurazione geometrica di riferimento, profilo di controllo ed evoluzione temporale progressiva dell'evento di mareggiata riprodotto.

4.4.1 Configurazione di stato attuale

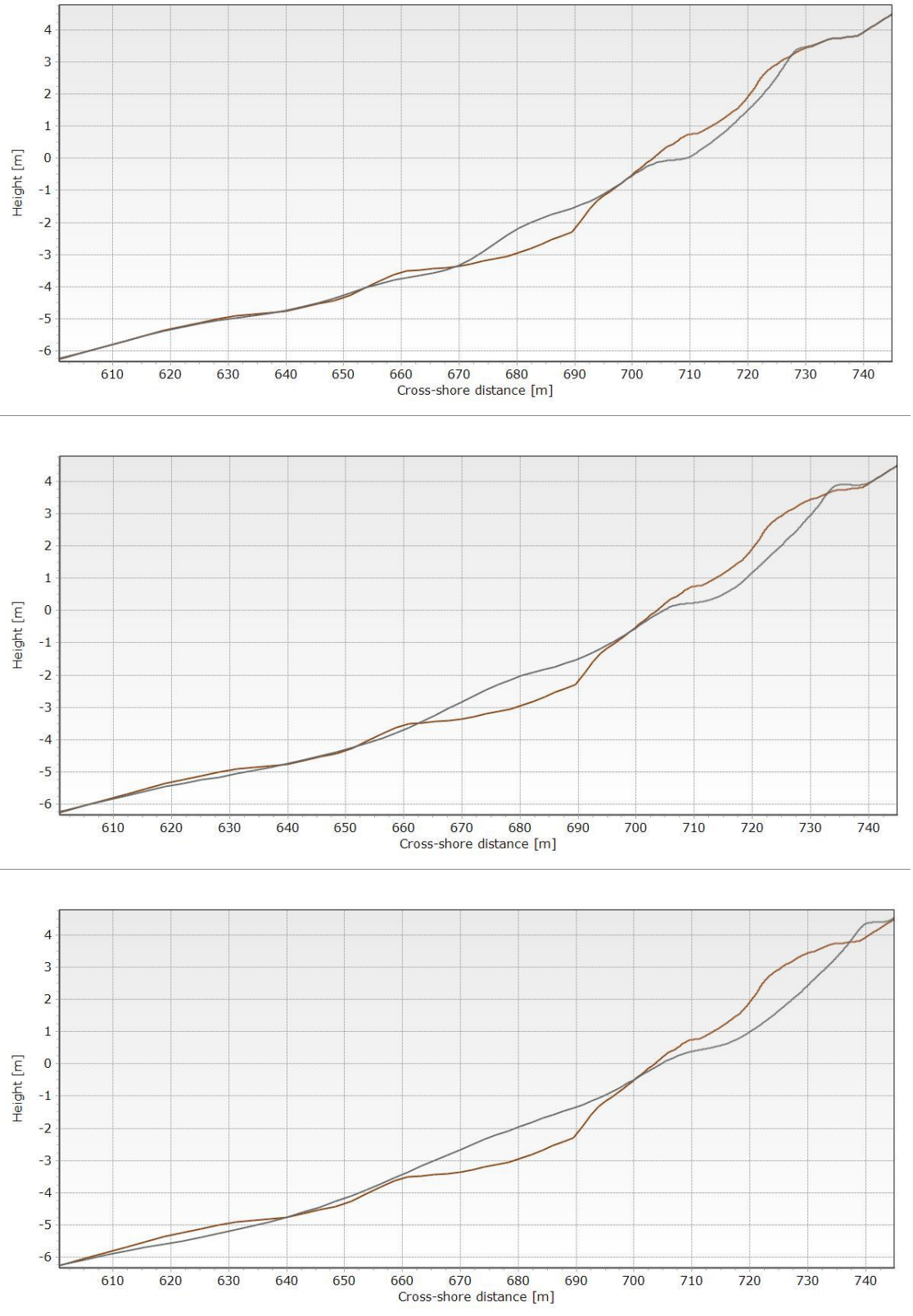


Figura 4-14 STATO ATTUALE, PROFILO 1 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dopo 3 ore (in alto), dopo 6 ore (in mezzo) e dopo 9 ore (in basso), dall'inizio dell'evento di mareggiata con associato tempo di ritorno pari a 50 anni. La geometria del profilo iniziale è riportata in colore marrone, mentre l'evoluzione è rappresentata in colore grigio

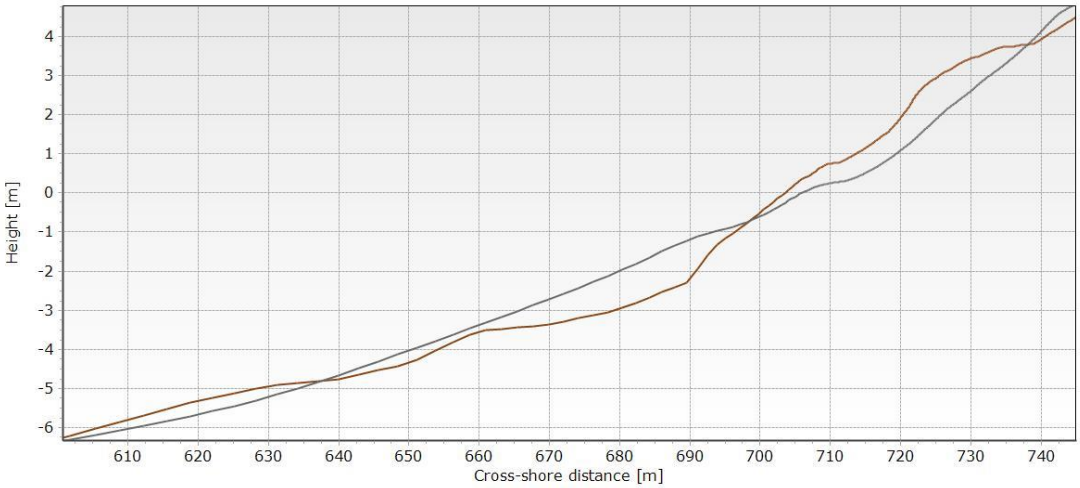


Figura 4-15 STATO ATTUALE, PROFILO 1 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dall'inizio dell'evento (in colore marrone), sino alla fine dell'intensa mareggiata di durata pari a 18 ore (in colore grigio)

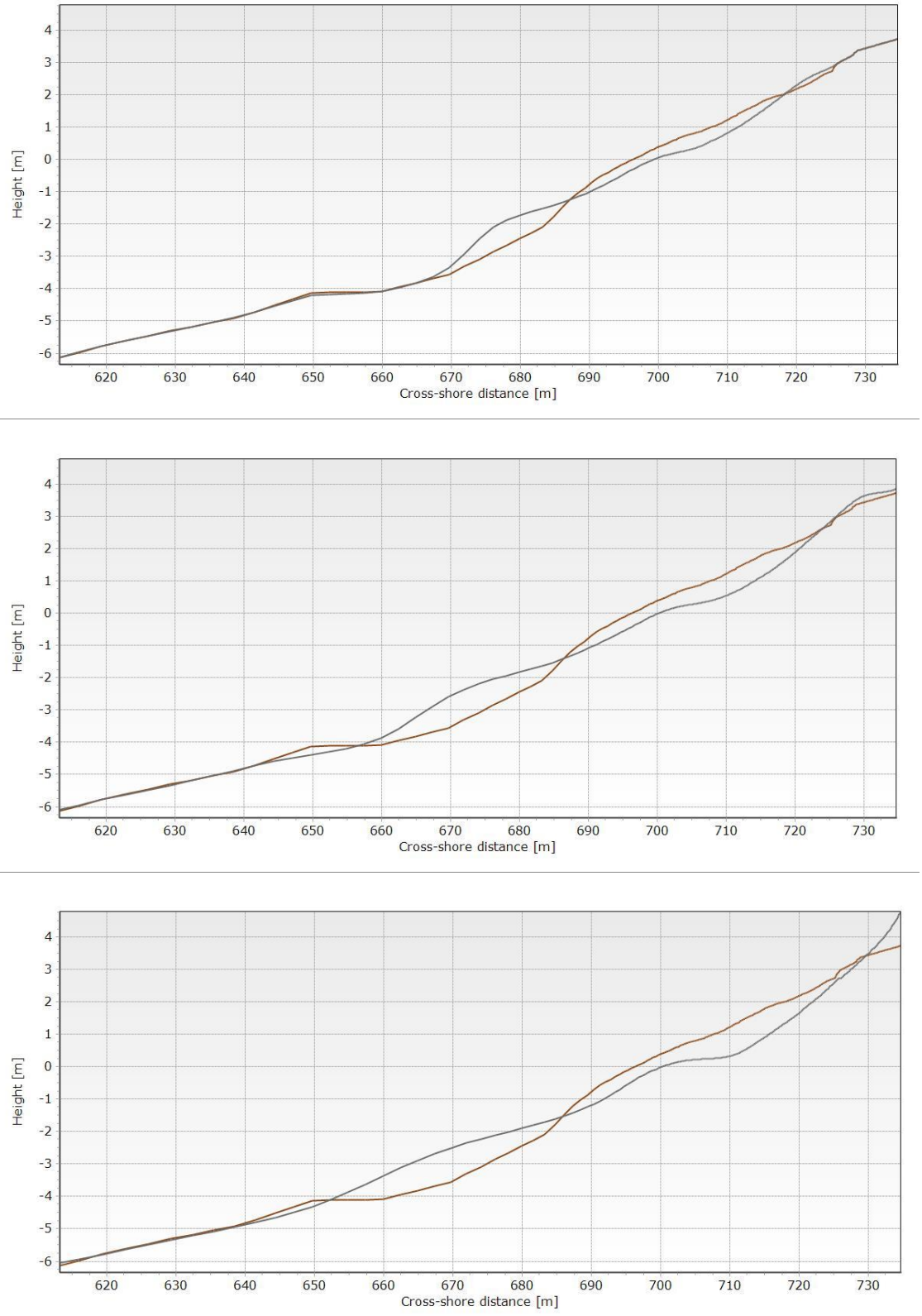


Figura 4-16 STATO ATTUALE, PROFILO 2– Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dopo 3 ore (in alto), dopo 6 ore (in mezzo) e dopo 9 ore (in basso), dall'inizio dell'evento di mareggiata con associato tempo di ritorno pari a 50 anni. La geometria del profilo iniziale è riportata in colore marrone, mentre l'evoluzione è rappresentata in colore grigio

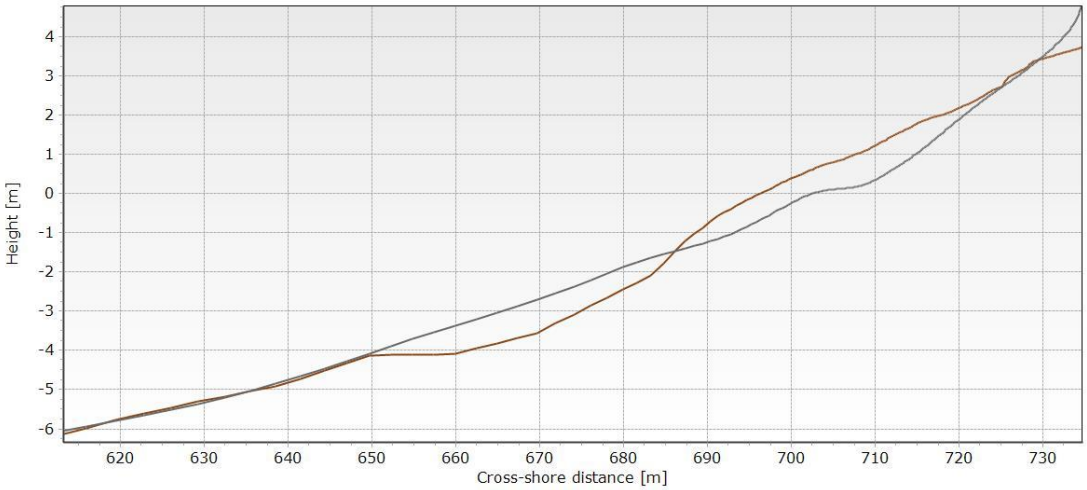


Figura 4-17 STATO ATTUALE, PROFILO 2 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dall'inizio dell'evento (in colore marrone), sino alla fine dell'intensa mareggiata di durata pari a 18 ore (in colore grigio)

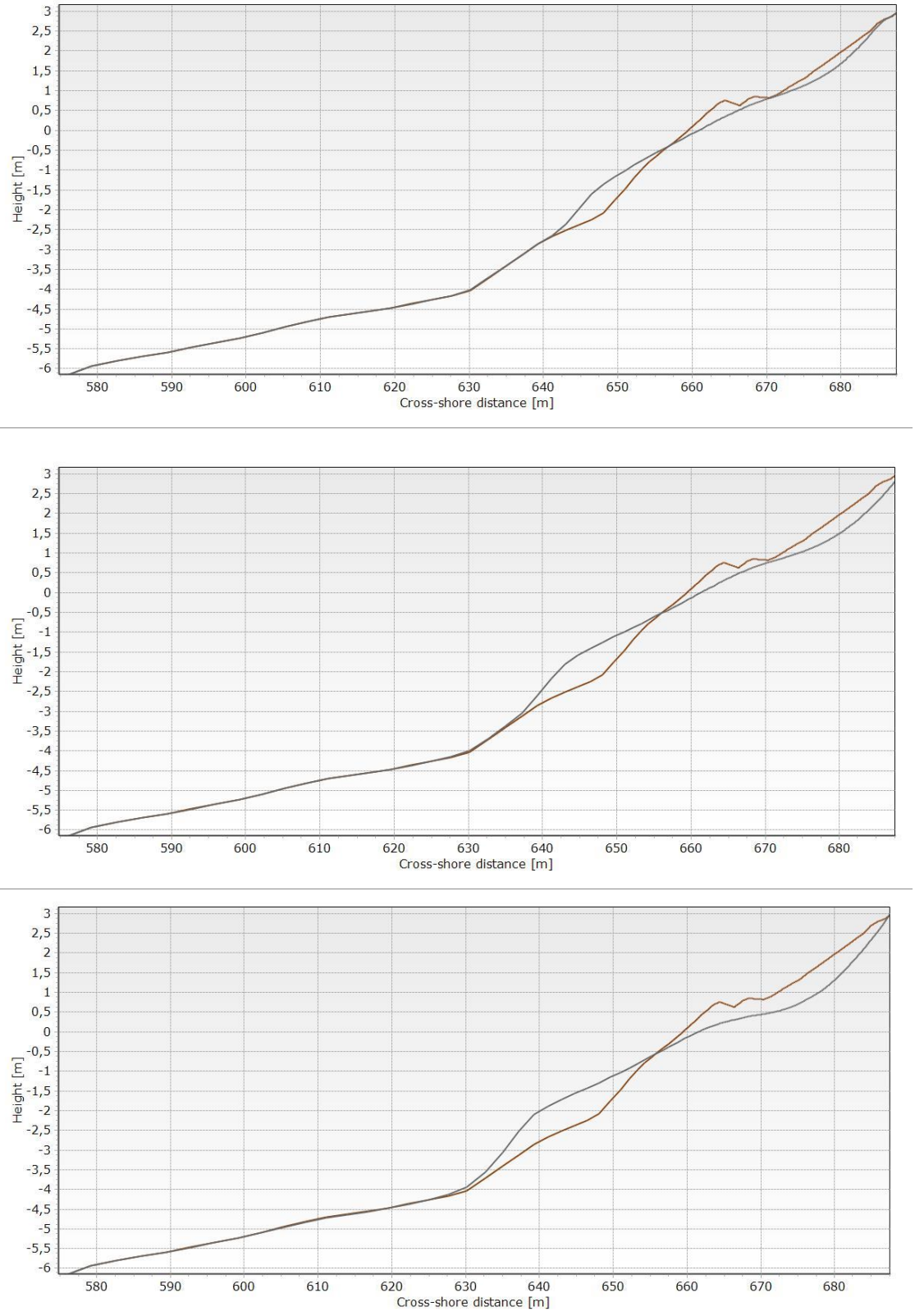


Figura 4-18 STATO ATTUALE, PROFILO 3 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dopo 3 ore (in alto), dopo 6 ore (in mezzo) e dopo 9 ore (in basso), dall'inizio dell'evento di mareggiata con associato tempo di ritorno pari a 50 anni. La geometria del profilo iniziale è riportata in colore marrone, mentre l'evoluzione è rappresentata in colore grigio

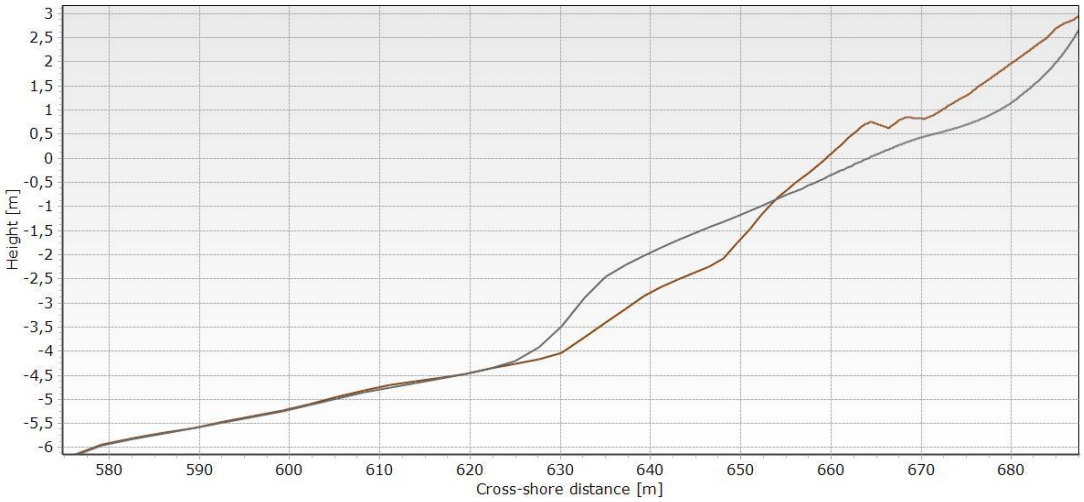


Figura 4-19 STATO ATTUALE, PROFILO 3 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dall'inizio dell'evento (in colore marrone), sino alla fine dell'intensa mareggiata di durata pari a 18 ore (in colore grigio)

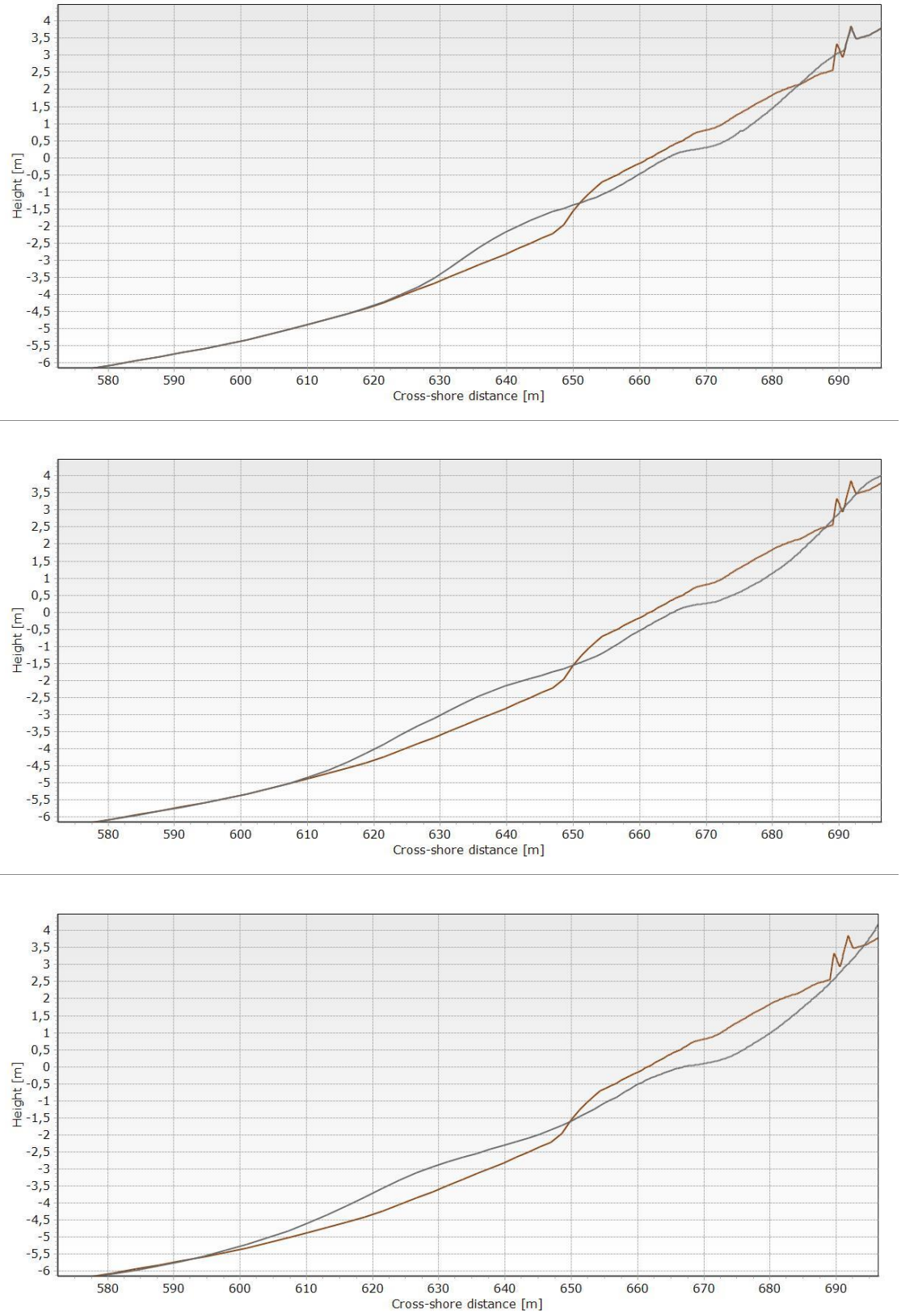


Figura 4-20 STATO ATTUALE, PROFILO 4 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dopo 3 ore (in alto), dopo 6 ore (in mezzo) e dopo 9 ore (in basso), dall'inizio dell'evento di mareggiata con associato tempo di ritorno pari a 50 anni. La geometria del profilo iniziale è riportata in colore marrone, mentre l'evoluzione è rappresentata in colore grigio

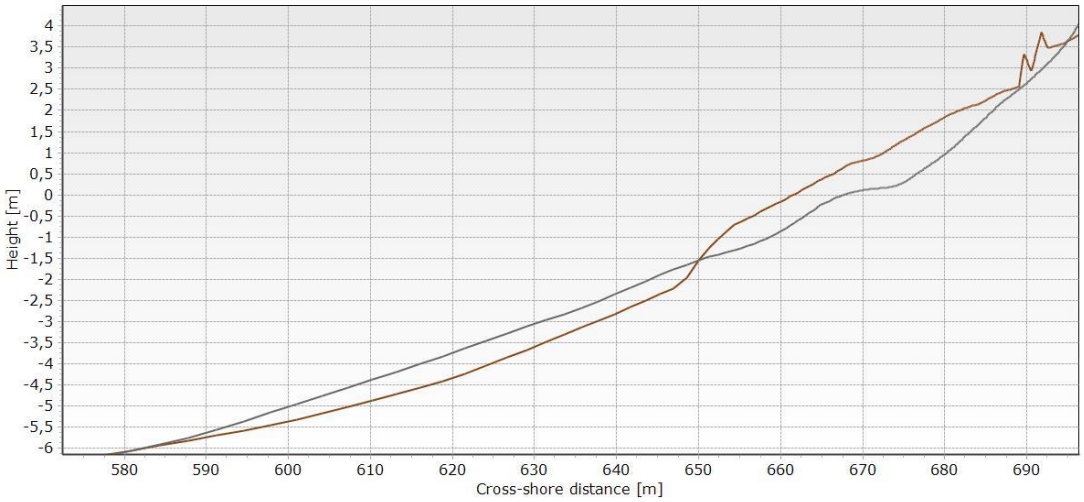


Figura 4-21 STATO ATTUALE, PROFILO 4 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dall'inizio dell'evento (in colore marrone), sino alla fine dell'intensa mareggiata di durata pari a 18 ore (in colore grigio)

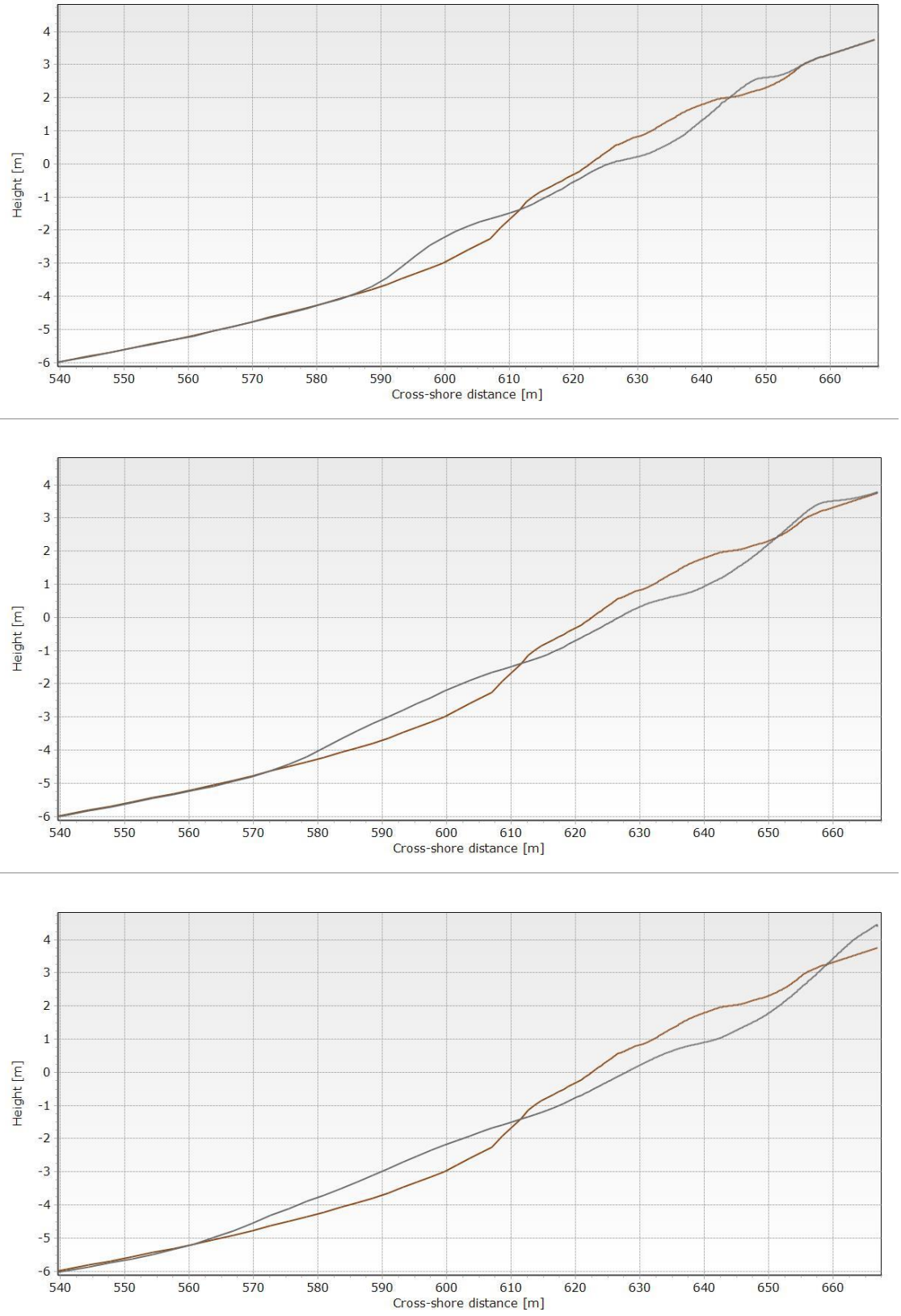


Figura 4-22 STATO ATTUALE, PROFILO 5 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dopo 3 ore (in alto), dopo 6 ore (in mezzo) e dopo 9 ore (in basso), dall'inizio dell'evento di mareggiata con associato tempo di ritorno pari a 50 anni. La geometria del profilo iniziale è riportata in colore marrone, mentre l'evoluzione è rappresentata in colore grigio

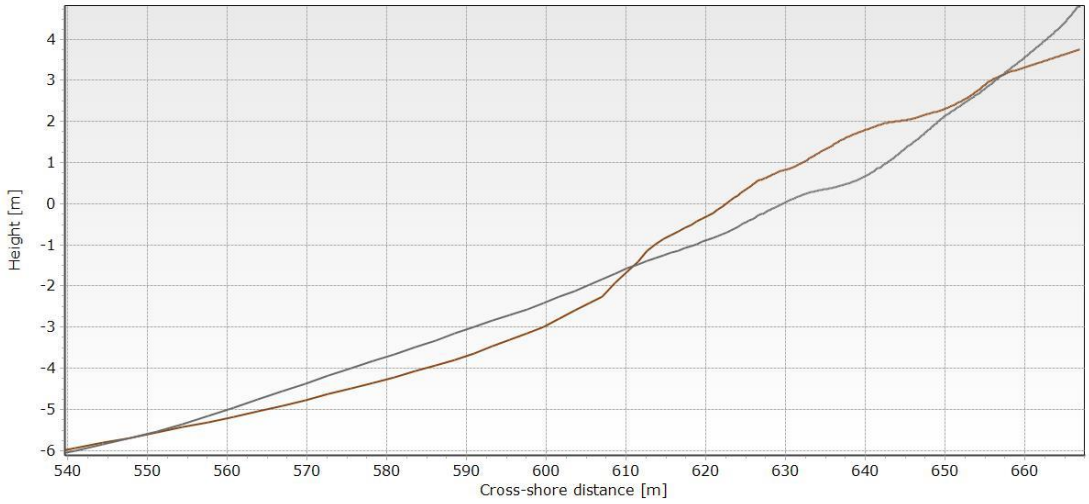


Figura 4-23 STATO ATTUALE, PROFILO 5 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dall'inizio dell'evento (in colore marrone), sino alla fine dell'intensa mareggiata di durata pari a 18 ore (in colore grigio)

4.4.2 Configurazione di progetto

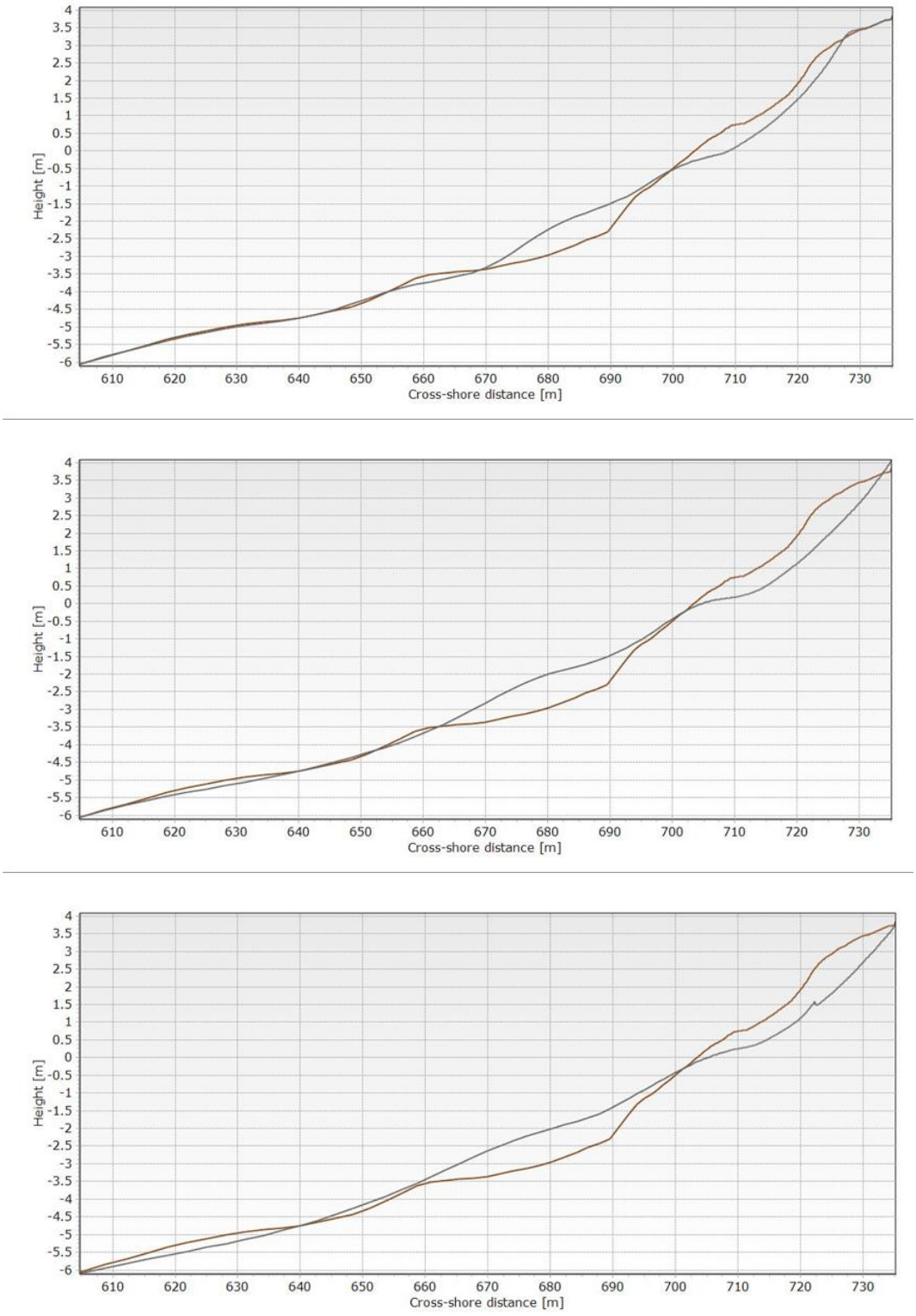


Figura 4-24 CONFIGURAZIONE DI PROGETTO, PROFILO 1 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dopo 3 ore (in alto), dopo 6 ore (in mezzo) e dopo 9 ore (in basso), dall'inizio dell'evento di mareggiata con associato tempo di ritorno pari a 50 anni. La geometria del profilo iniziale è riportata in colore marrone, mentre l'evoluzione è rappresentata in colore grigio

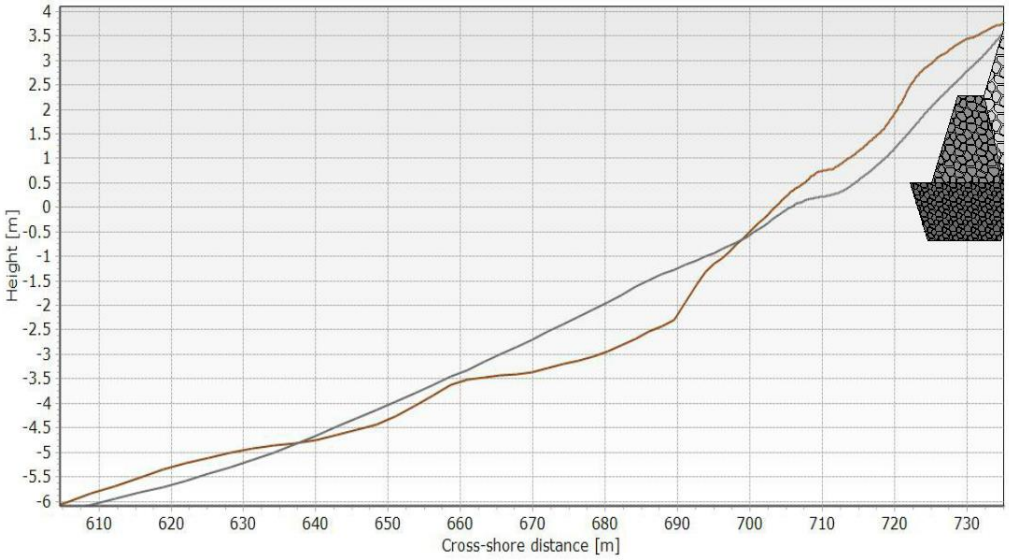


Figura 4-25 CONFIGURAZIONE DI PROGETTO, PROFILO 1 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dall'inizio dell'evento (in colore marrone), sino alla fine dell'intensa mareggiata di durata pari a 18 ore (in colore grigio). Nel grafico è riportata inoltre la sagoma del piede della scogliera (in scala distorta) al fine di visualizzare in modo più chiaro l'evoluzione del profilo in prossimità dell'opera

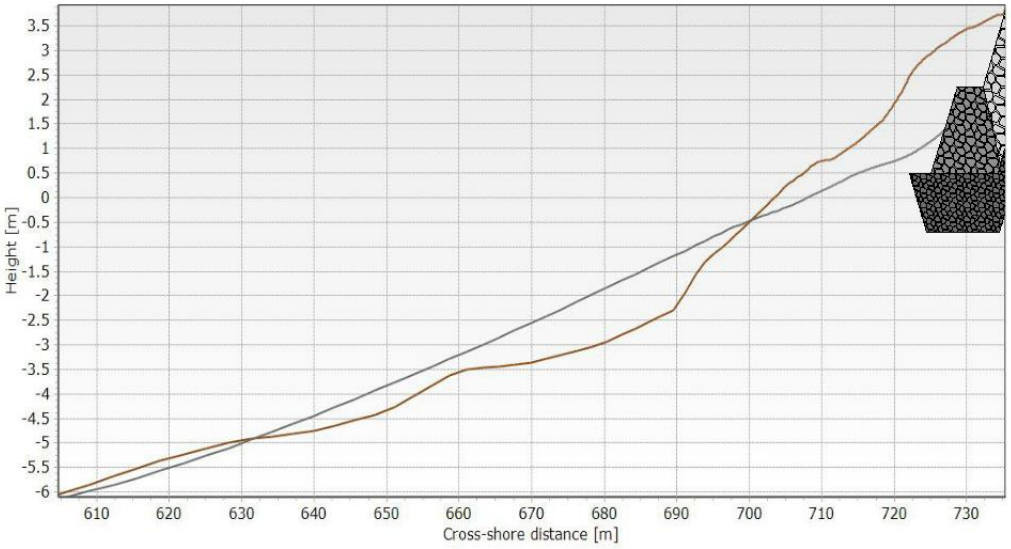


Figura 4-26 CONFIGURAZIONE DI PROGETTO, PROFILO 1 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dall'inizio dell'evento (in colore marrone), sino alla fine dell'intensa mareggiata di durata pari a 18 ore (in colore grigio), considerando la dimensione del materiale con d50=2mm. Nel grafico è riportata inoltre la sagoma del piede della scogliera (in scala distorta) al fine di visualizzare in modo più chiaro l'evoluzione del profilo in prossimità dell'opera

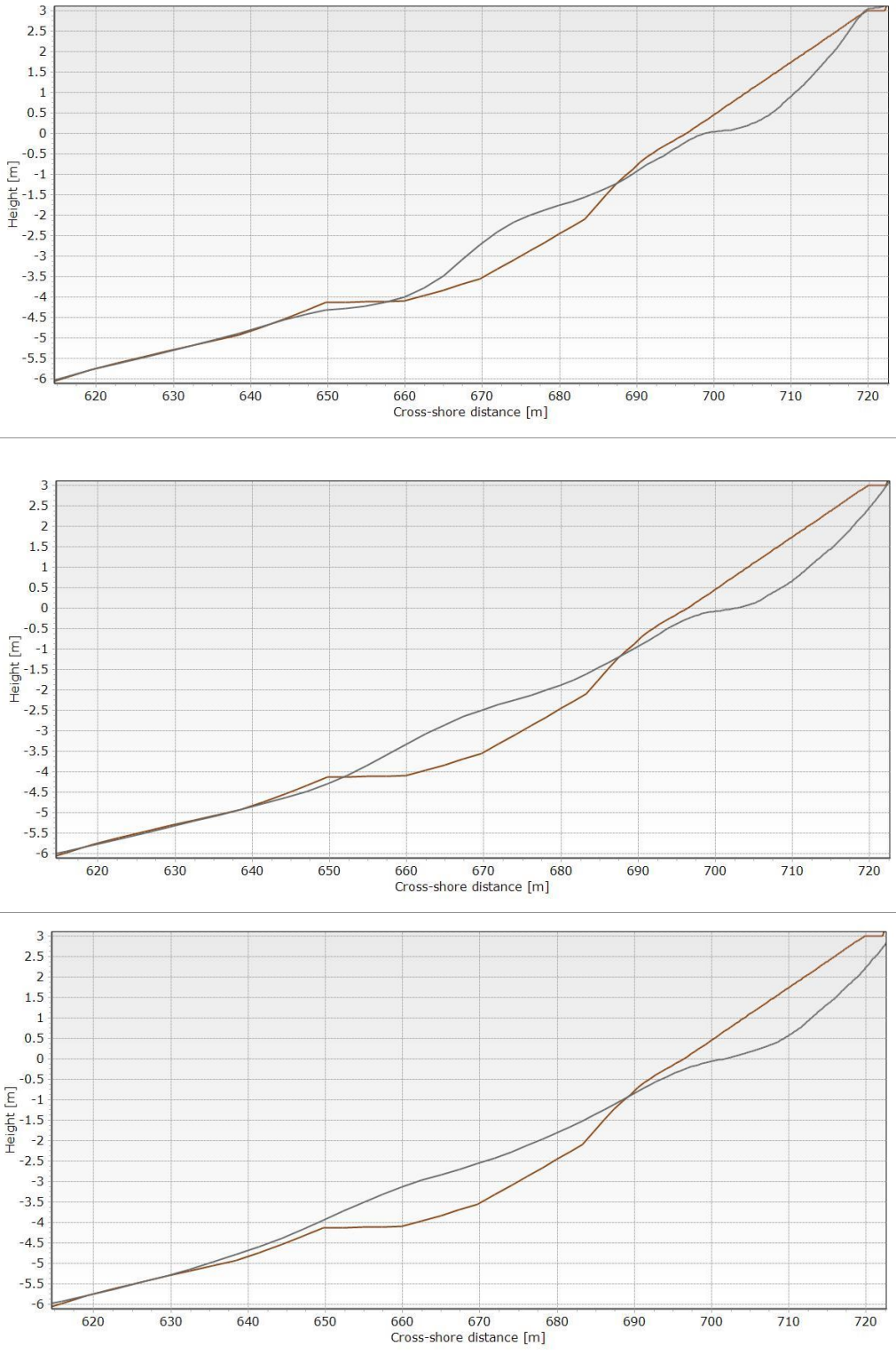


Figura 4-27 CONFIGURAZIONE DI PROGETTO, PROFILO 2– Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dopo 3 ore (in alto), dopo 6 ore (in mezzo) e dopo 9 ore (in basso), dall'inizio dell'evento di mareggiata con associato tempo di ritorno pari a 50 anni. La geometria del profilo iniziale è riportata in colore marrone, mentre l'evoluzione è rappresentata in colore grigio

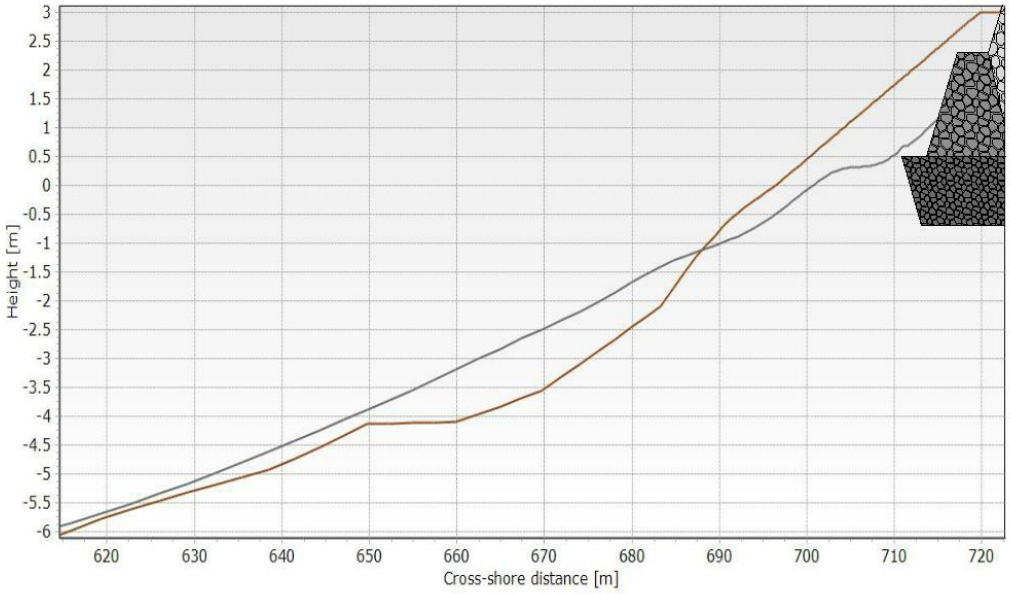


Figura 4-28 CONFIGURAZIONE DI PROGETTO, PROFILO 2 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dall'inizio dell'evento (in colore marrone), sino alla fine dell'intensa mareggiata di durata pari a 18 ore (in colore grigio). Nel grafico è riportata inoltre la sagoma del piede della scogliera (in scala distorta) al fine di visualizzare in modo più chiaro l'evoluzione del profilo in prossimità dell'opera

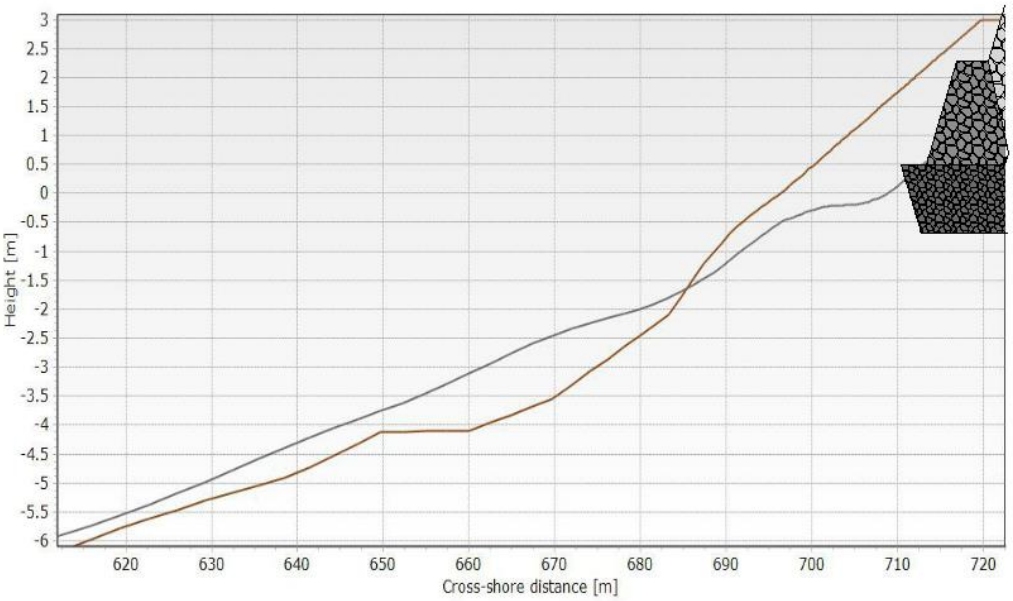


Figura 4-29 CONFIGURAZIONE DI PROGETTO, PROFILO 2 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dall'inizio dell'evento (in colore marrone), sino alla fine dell'intensa mareggiata di durata pari a 18 ore (in colore grigio), considerando la dimensione del materiale con d50=2mm. Nel grafico è riportata inoltre la sagoma del piede della scogliera (in scala distorta) al fine di visualizzare in modo più chiaro l'evoluzione del profilo in prossimità dell'opera

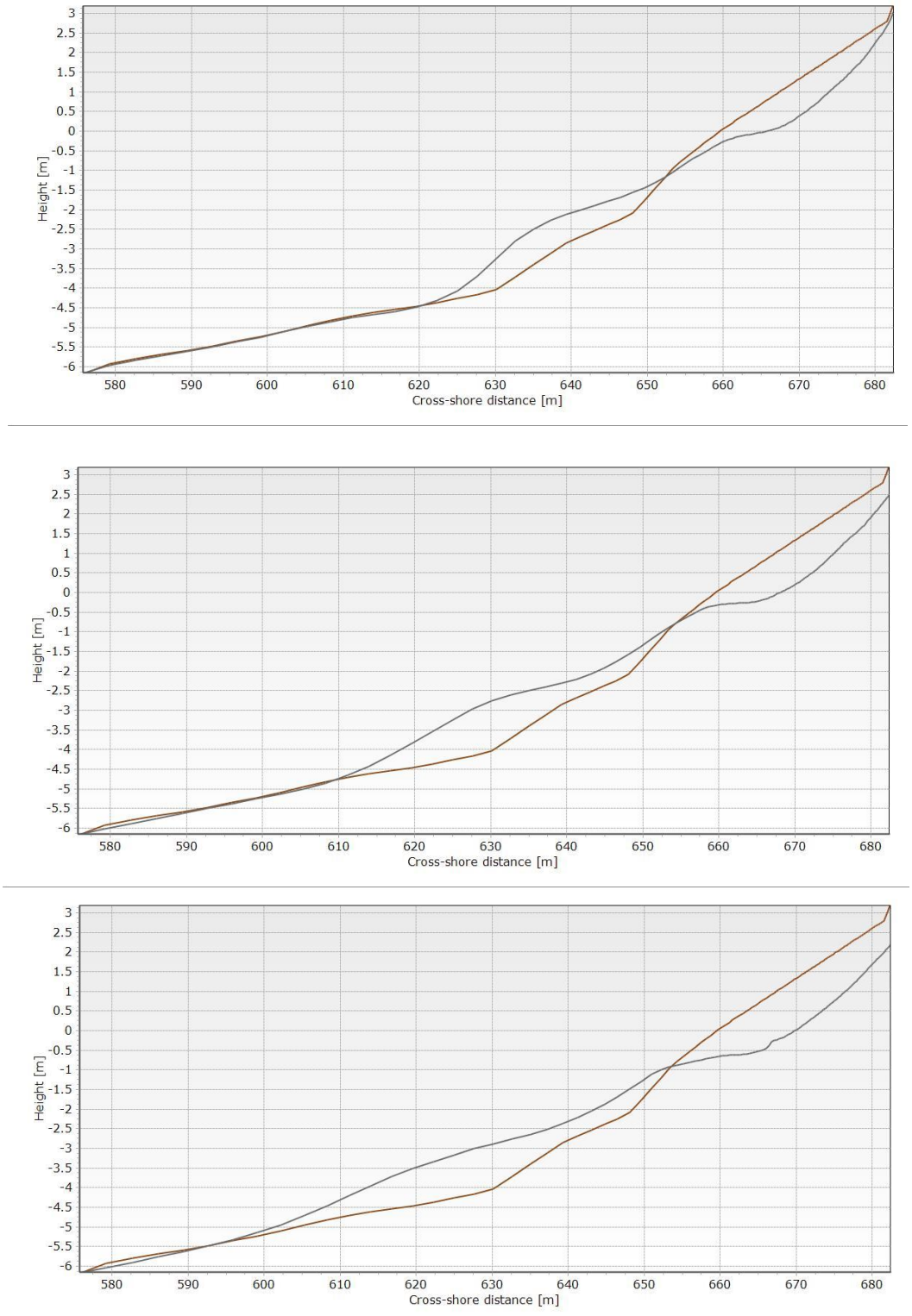


Figura 4-30 CONFIGURAZIONE DI PROGETTO, PROFILO 3 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dopo 3 ore (in alto), dopo 6 ore (in mezzo) e dopo 9 ore (in basso), dall'inizio dell'evento di mareggiata con associato tempo di ritorno pari a 50 anni. La geometria del profilo iniziale è riportata in colore marrone, mentre l'evoluzione è rappresentata in colore grigio

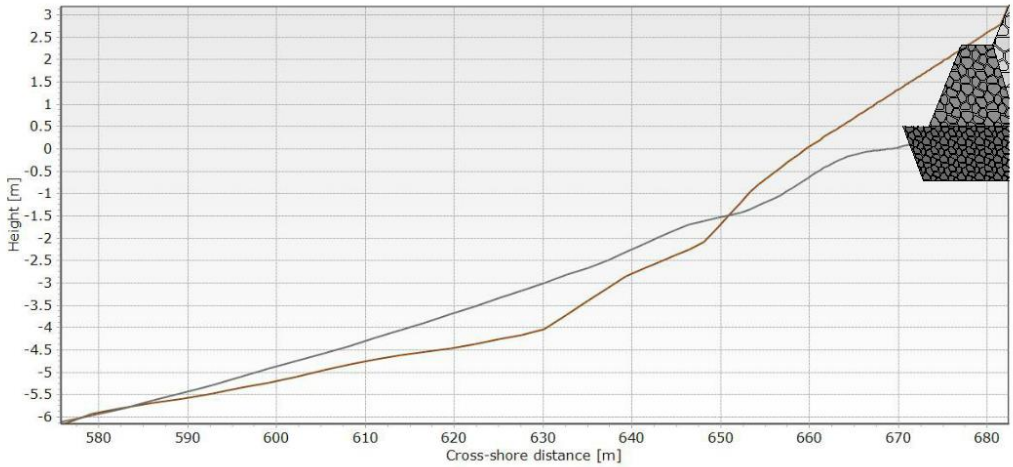


Figura 4-31 CONFIGURAZIONE DI PROGETTO, PROFILO 3 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dall'inizio dell'evento (in colore marrone), sino alla fine dell'intensa mareggiata di durata pari a 18 ore (in colore grigio). Nel grafico è riportata inoltre la sagoma del piede della scogliera (in scala distorta) al fine di visualizzare in modo più chiaro l'evoluzione del profilo in prossimità dell'opera

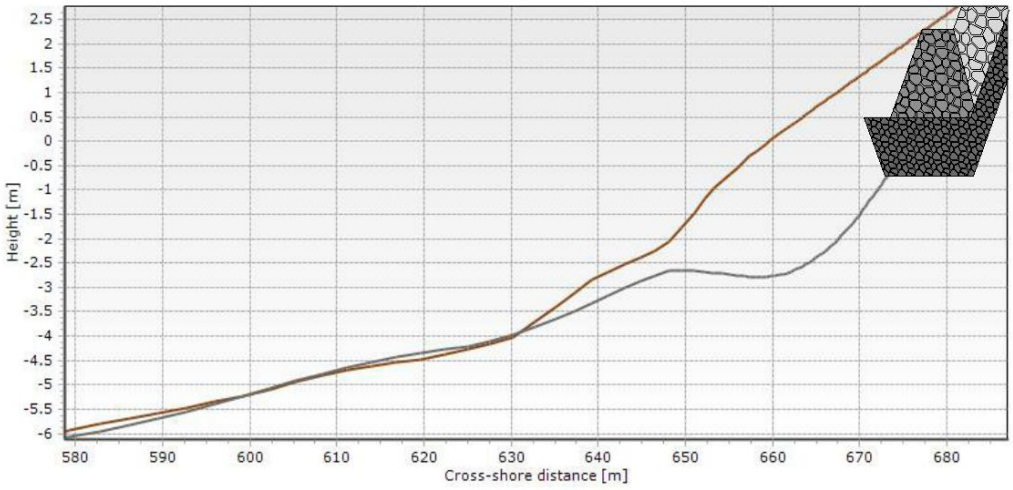


Figura 4-32 CONFIGURAZIONE DI PROGETTO, PROFILO 3 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dall'inizio dell'evento (in colore marrone), sino alla fine dell'intensa mareggiata di durata pari a 18 ore (in colore grigio), considerando la dimensione del materiale con d50=2mm. Nel grafico è riportata inoltre la sagoma del piede della scogliera (in scala distorta) al fine di visualizzare in modo più chiaro l'evoluzione del profilo in prossimità dell'opera

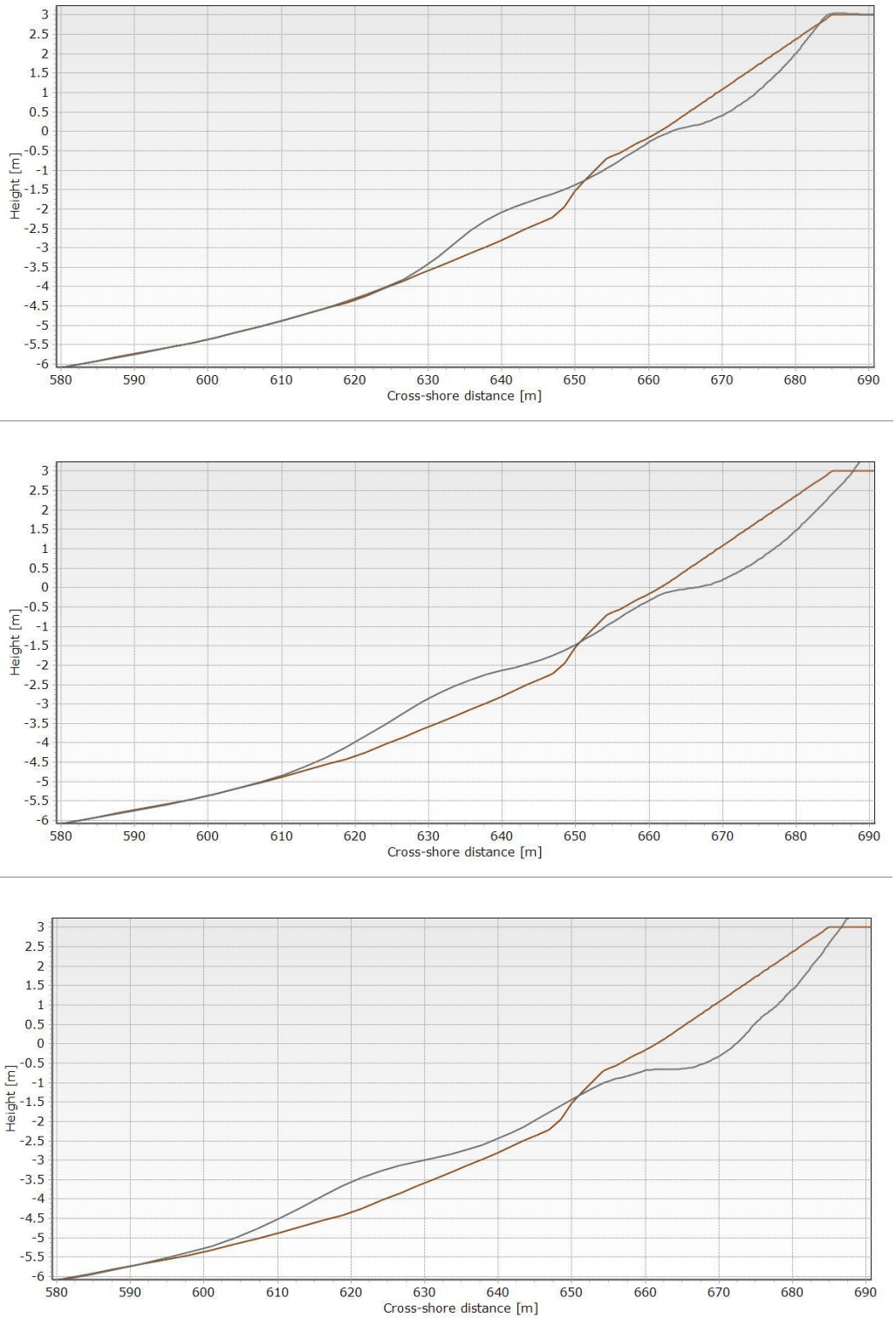


Figura 4-33 CONFIGURAZIONE DI PROGETTO, PROFILO 4 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dopo 3 ore (in alto), dopo 6 ore (in mezzo) e dopo 9 ore (in basso), dall'inizio dell'evento di mareggiata con associato tempo di ritorno pari a 50 anni. La geometria del profilo iniziale è riportata in colore marrone, mentre l'evoluzione è rappresentata in colore grigio

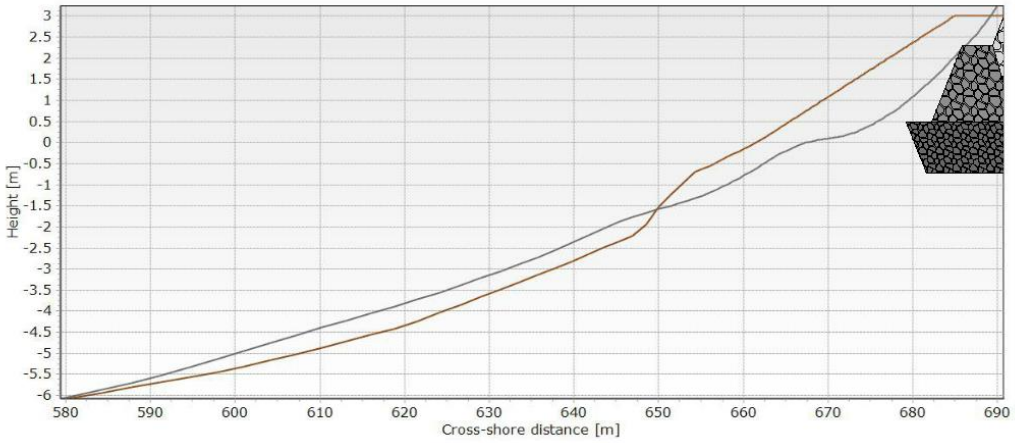


Figura 4-34 CONFIGURAZIONE DI PROGETTO, PROFILO 4 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dall'inizio dell'evento (in colore marrone), sino alla fine dell'intensa mareggiata di durata pari a 18 ore (in colore grigio). Nel grafico è riportata inoltre la sagoma del piede della scogliera (in scala distorta) al fine di visualizzare in modo più chiaro l'evoluzione del profilo in prossimità dell'opera

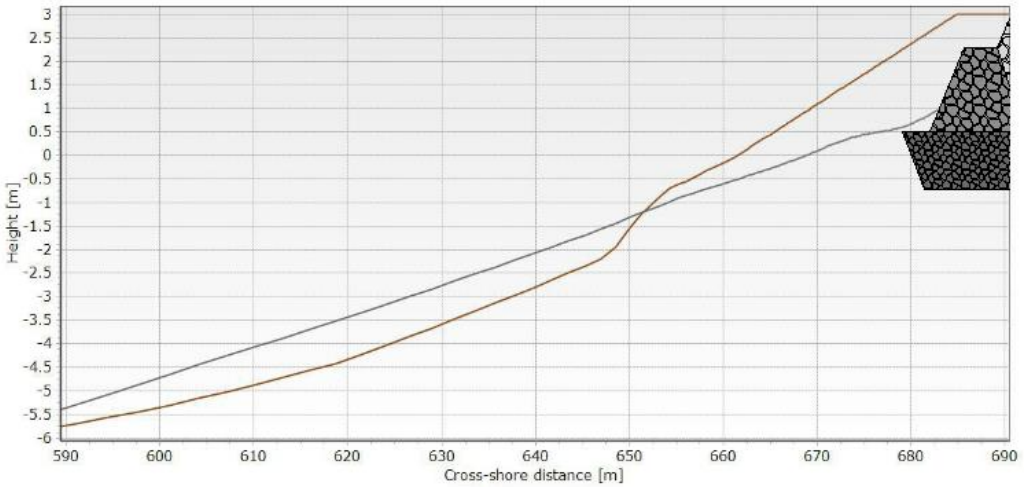


Figura 4-35 CONFIGURAZIONE DI PROGETTO, PROFILO 4 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dall'inizio dell'evento (in colore marrone), sino alla fine dell'intensa mareggiata di durata pari a 18 ore (in colore grigio), considerando la dimensione del materiale con d50=2mm. Nel grafico è riportata inoltre la sagoma del piede della scogliera (in scala distorta) al fine di visualizzare in modo più chiaro l'evoluzione del profilo in prossimità dell'opera

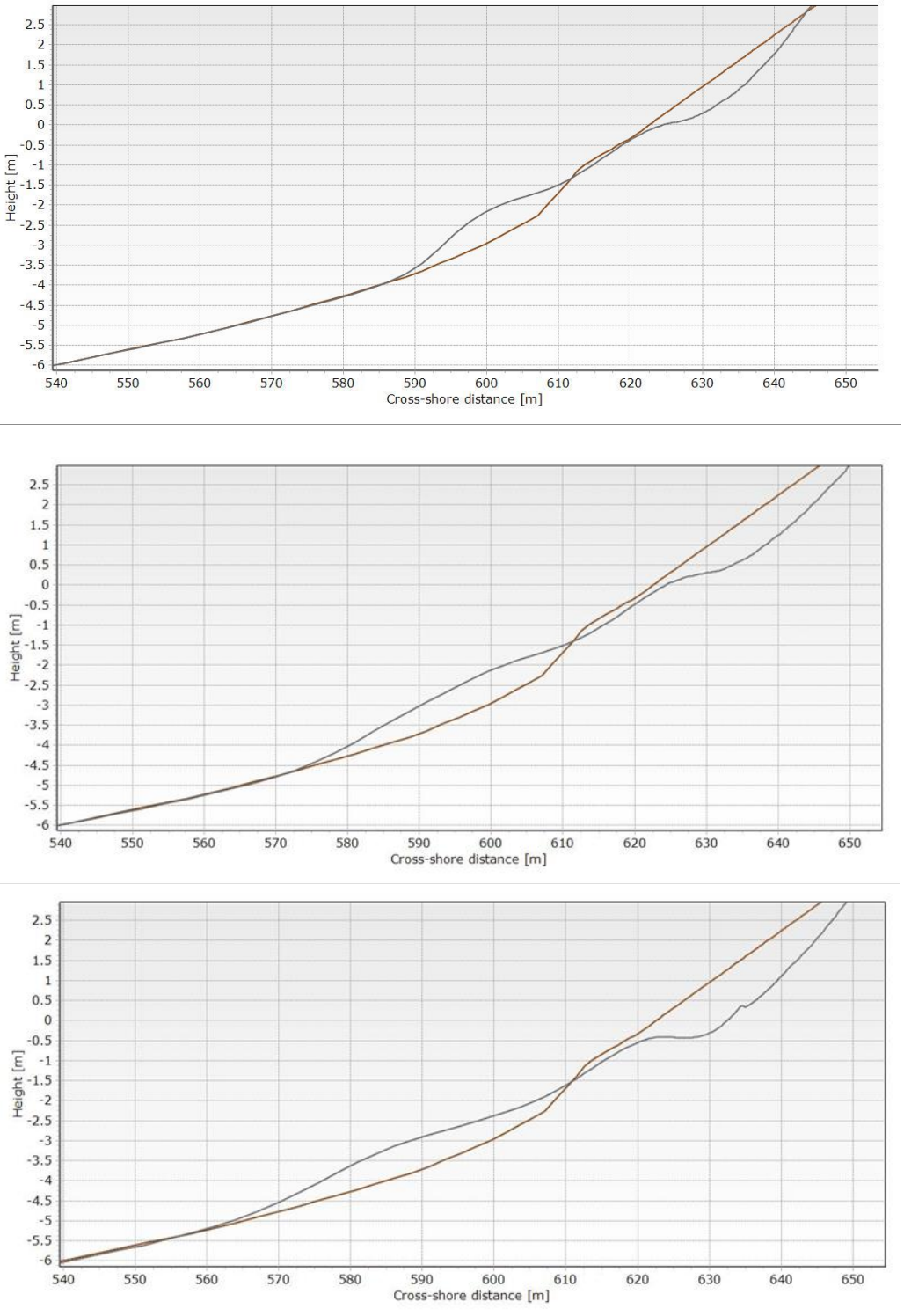


Figura 4-36 CONFIGURAZIONE DI PROGETTO, PROFILO 5 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dopo 3 ore (in alto), dopo 6 ore (in mezzo) e dopo 9 ore (in basso), dall'inizio dell'evento di mareggiata con associato tempo di ritorno pari a 50 anni. La geometria del profilo iniziale è riportata in colore marrone, mentre l'evoluzione è rappresentata in colore grigio

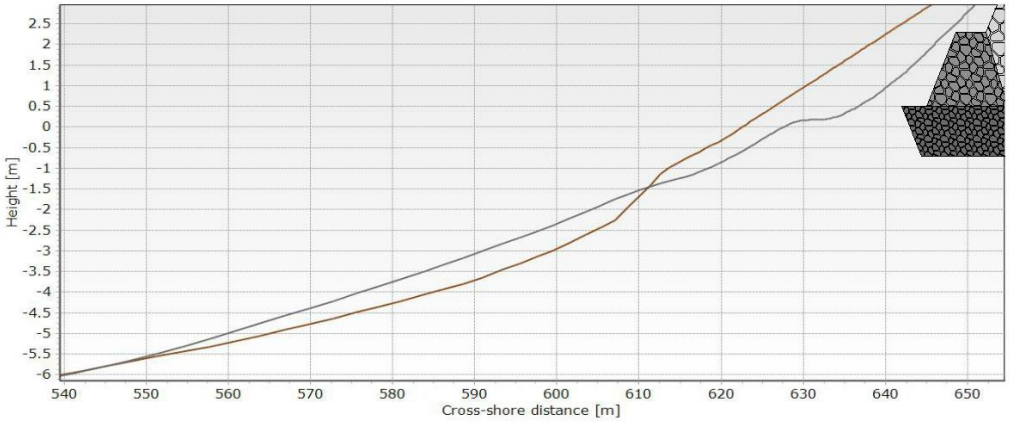


Figura 4-37 CONFIGURAZIONE DI PROGETTO, PROFILO 5 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dall'inizio dell'evento (in colore marrone), sino alla fine dell'intensa mareggiata di durata pari a 18 ore (in colore grigio). Nel grafico è riportata inoltre la sagoma del piede della scogliera (in scala distorta) al fine di visualizzare in modo più chiaro l'evoluzione del profilo in prossimità dell'opera

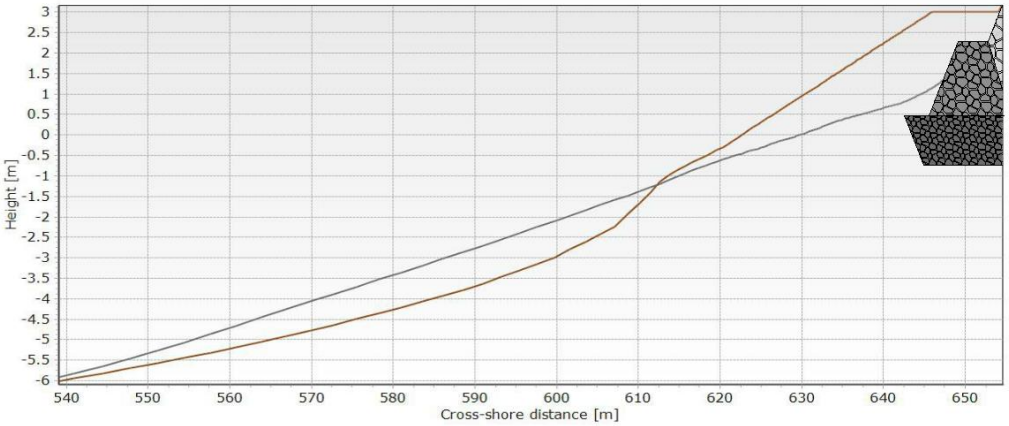


Figura 4-38 CONFIGURAZIONE DI PROGETTO, PROFILO 5 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dall'inizio dell'evento (in colore marrone), sino alla fine dell'intensa mareggiata di durata pari a 18 ore (in colore grigio), considerando la dimensione del materiale con d50=2mm. Nel grafico è riportata inoltre la sagoma del piede della scogliera (in scala distorta) al fine di visualizzare in modo più chiaro l'evoluzione del profilo in prossimità dell'opera

4.4.3 Configurazione “futura”

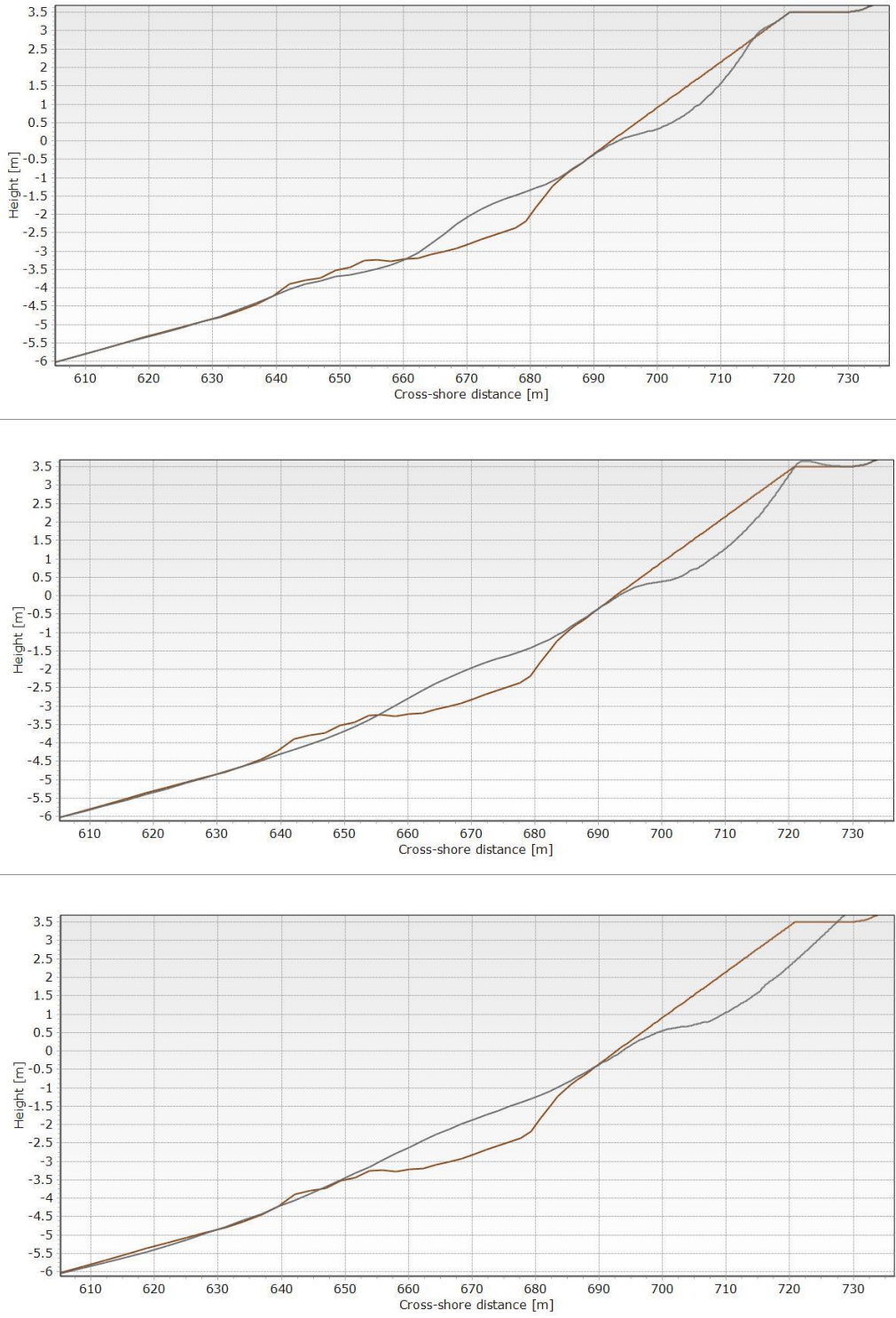


Figura 4-39 CONFIGURAZIONE “FUTURA”, PROFILO 1 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dopo 3 ore (in alto), dopo 6 ore (in mezzo) e dopo 9 ore (in basso), dall’inizio dell’evento di mareggiata con associato tempo di ritorno pari a 50 anni. La geometria del profilo iniziale è riportata in colore marrone, mentre l’evoluzione è rappresentata in colore grigio

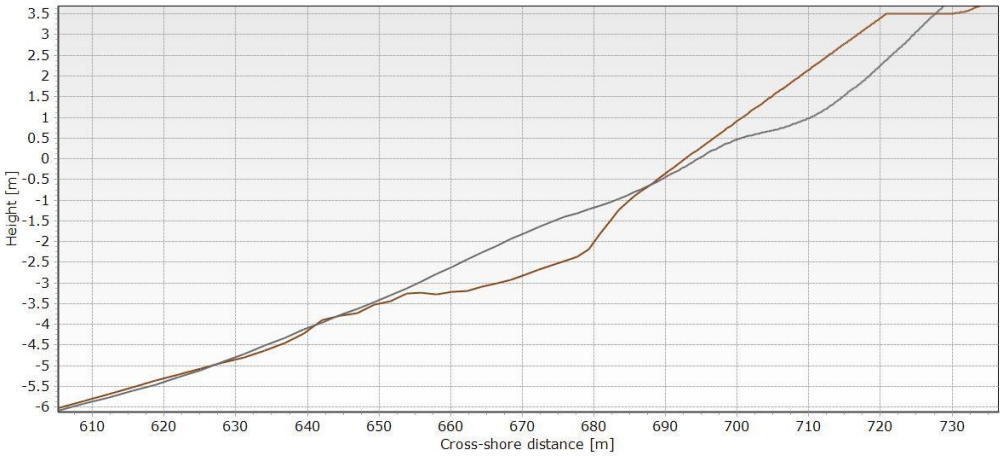


Figura 4-40 CONFIGURAZIONE “FUTURA”, PROFILO 1 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dall’inizio dell’evento (in colore marrone), sino alla fine dell’intensa mareggiata di durata pari a 18 ore (in colore grigio)

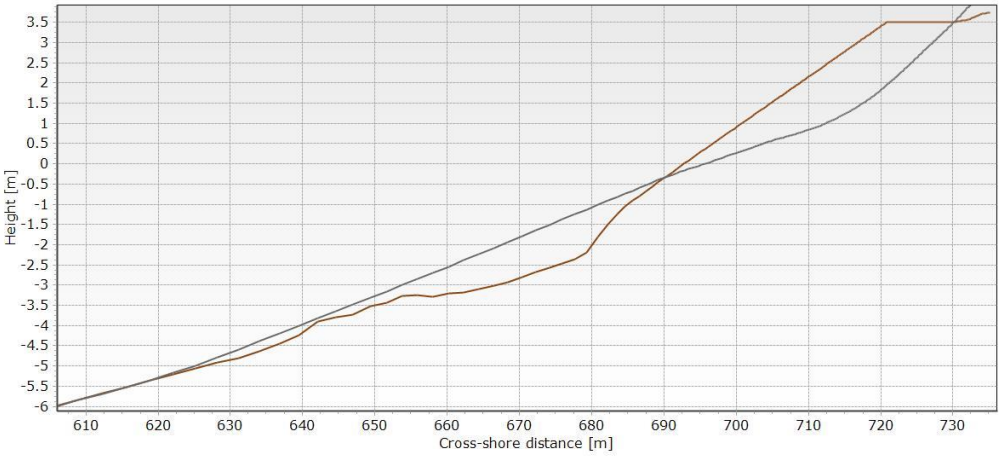
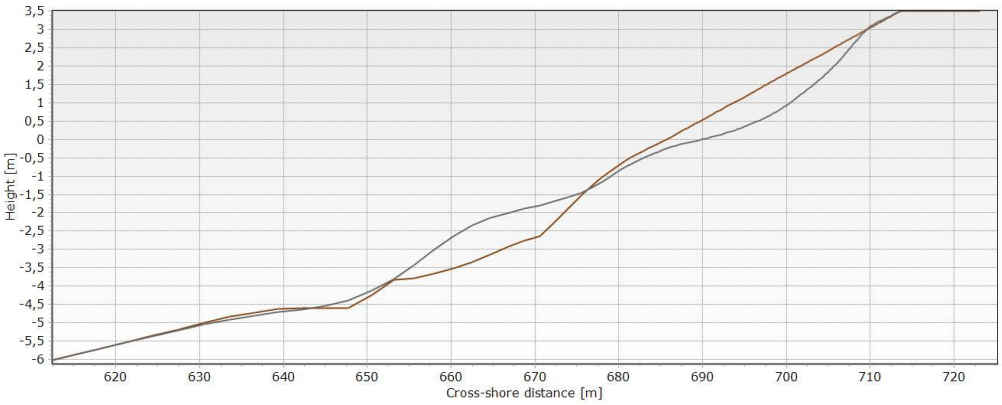
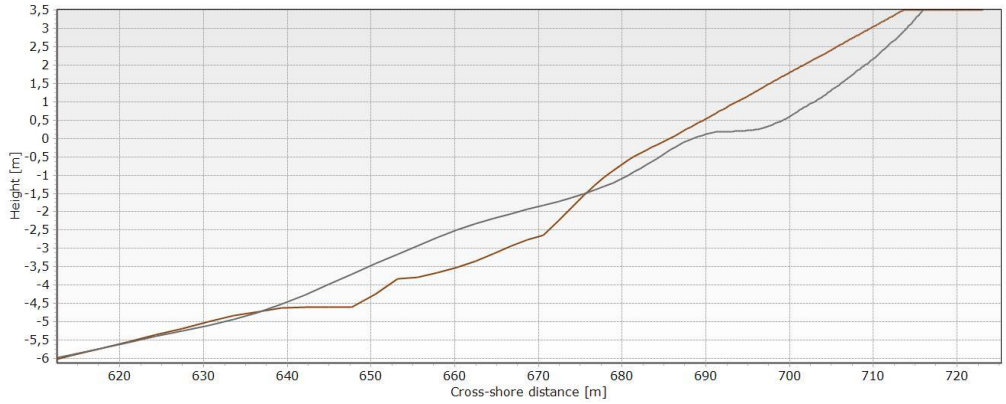


Figura 4-41 CONFIGURAZIONE “FUTURA”, PROFILO 1 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dall’inizio dell’evento (in colore marrone), sino alla fine dell’intensa mareggiata di durata pari a 18 ore (in colore grigio), considerando la dimensione del materiale con d50=2mm





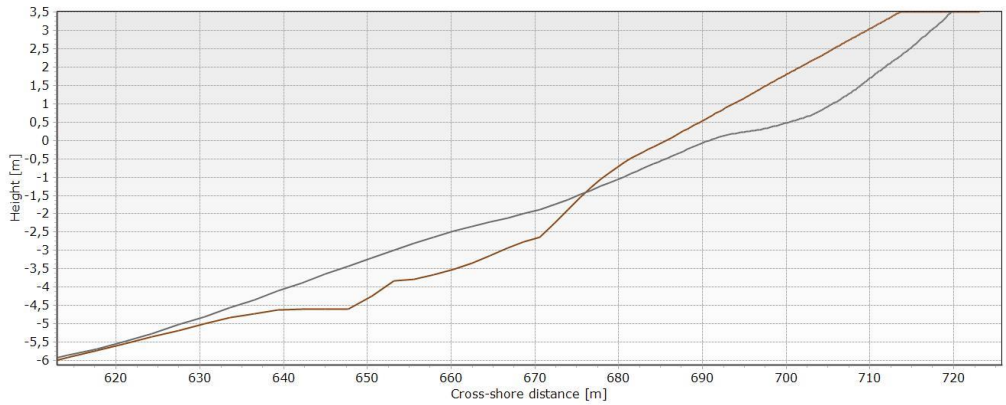


Figura 4-42 CONFIGURAZIONE “FUTURA”, PROFILO 2– Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dopo 3 ore (in alto), dopo 6 ore (in mezzo) e dopo 9 ore (in basso), dall’inizio dell’evento di mareggiata con associato tempo di ritorno pari a 50 anni. La geometria del profilo iniziale è riportata in colore marrone, mentre l’evoluzione è rappresentata in colore grigio

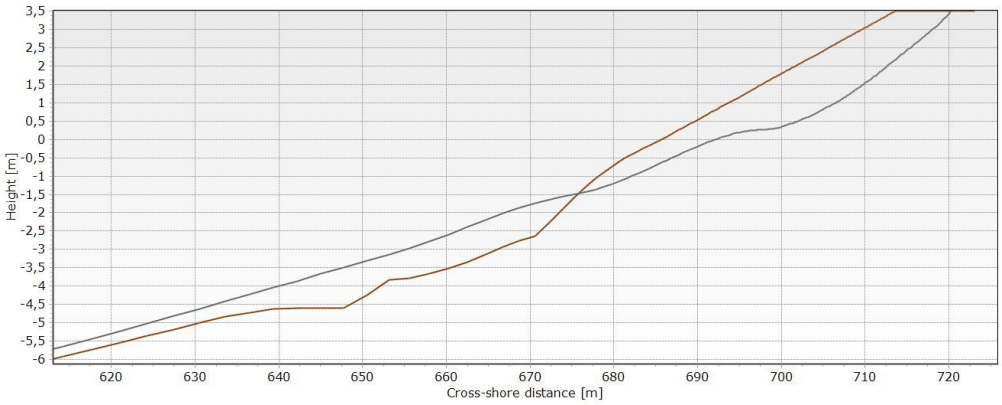


Figura 4-43 CONFIGURAZIONE “FUTURA”, PROFILO 2 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dall’inizio dell’evento (in colore marrone), sino alla fine dell’intensa mareggiata di durata pari a 18 ore (in colore grigio)

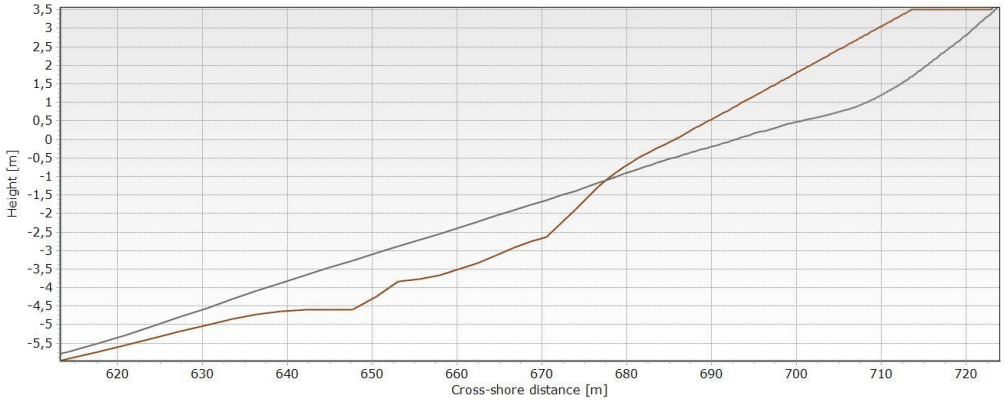


Figura 4-44 CONFIGURAZIONE “FUTURA”, PROFILO 2 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dall’inizio dell’evento (in colore marrone), sino alla fine dell’intensa mareggiata di durata pari a 18 ore (in colore grigio), considerando la dimensione del materiale con d50=2mm

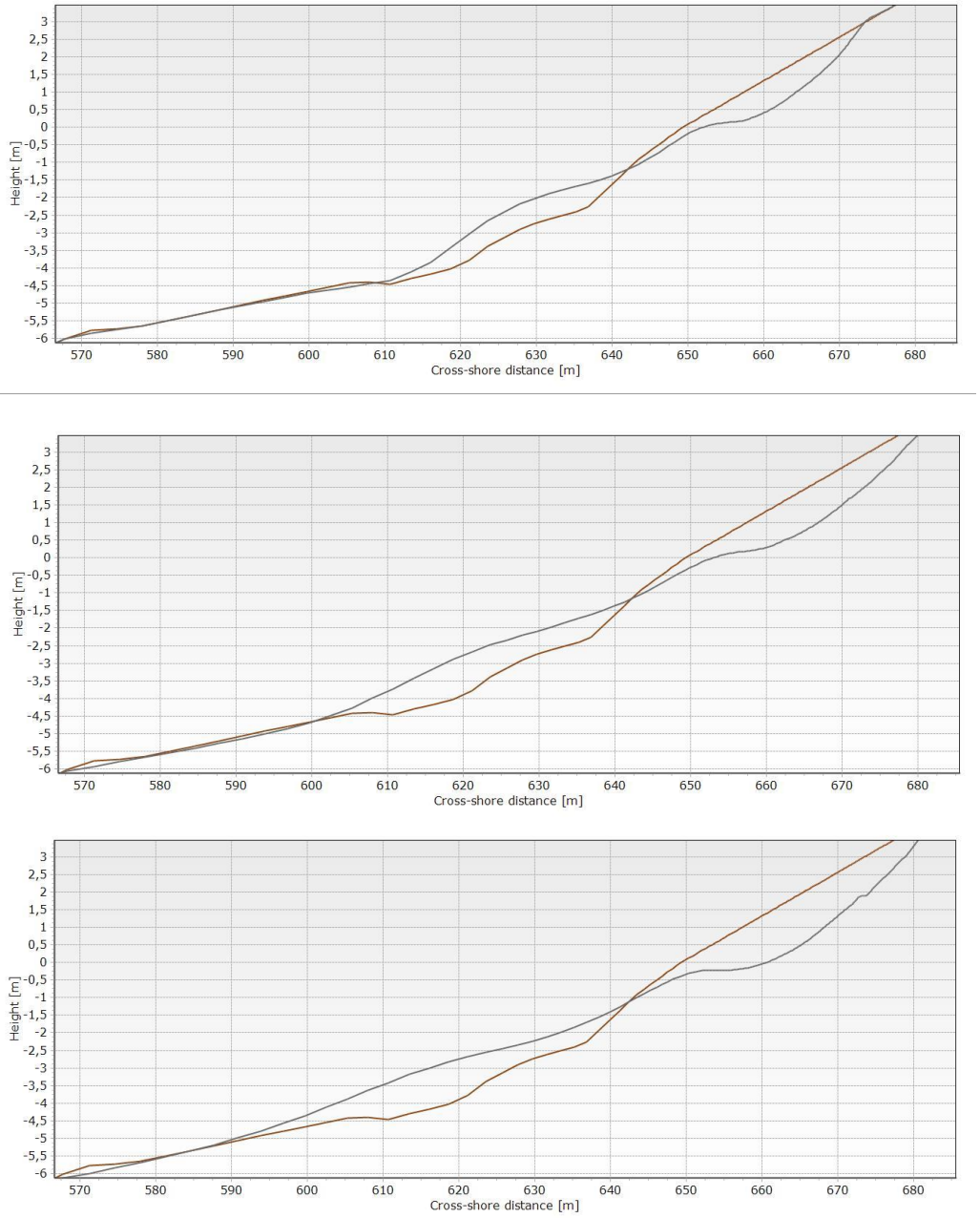


Figura 4-45 CONFIGURAZIONE “FUTURA”, PROFILO 3 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dopo 3 ore (in alto), dopo 6 ore (in mezzo) e dopo 9 ore (in basso), dall’inizio dell’evento di mareggiata con associato tempo di ritorno pari a 50 anni. La geometria del profilo iniziale è riportata in colore marrone, mentre l’evoluzione è rappresentata in colore grigio

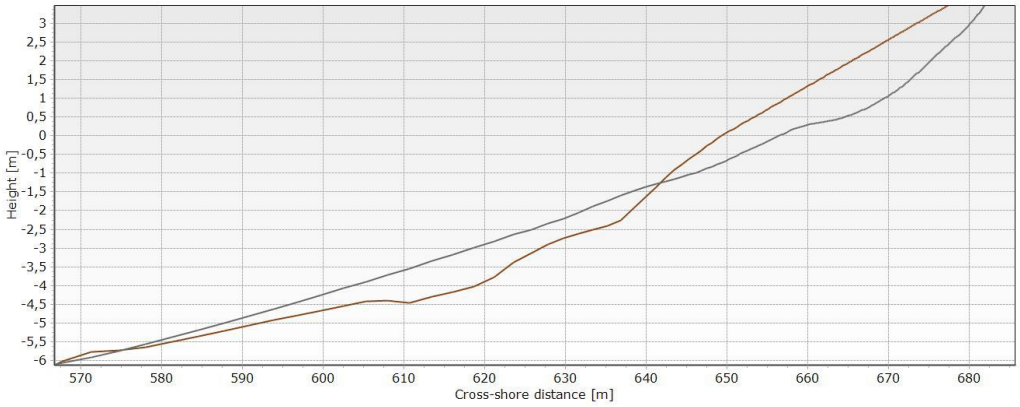


Figura 4-46 CONFIGURAZIONE “FUTURA”, PROFILO 3 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dall’inizio dell’evento (in colore marrone), sino alla fine dell’intensa mareggiata di durata pari a 18 ore (in colore grigio)

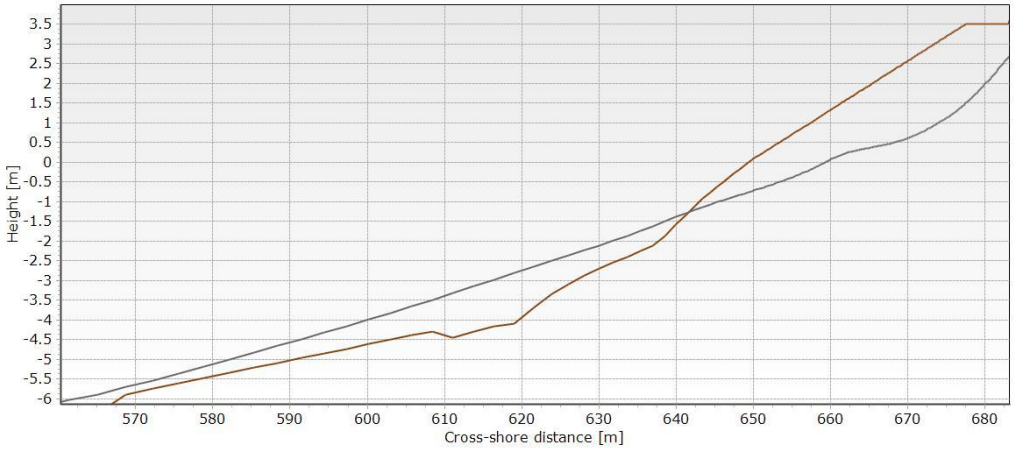


Figura 4-47 CONFIGURAZIONE “FUTURA”, PROFILO 3 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dall’inizio dell’evento (in colore marrone), sino alla fine dell’intensa mareggiata di durata pari a 18 ore (in colore grigio), considerando la dimensione del materiale con d50=2mm

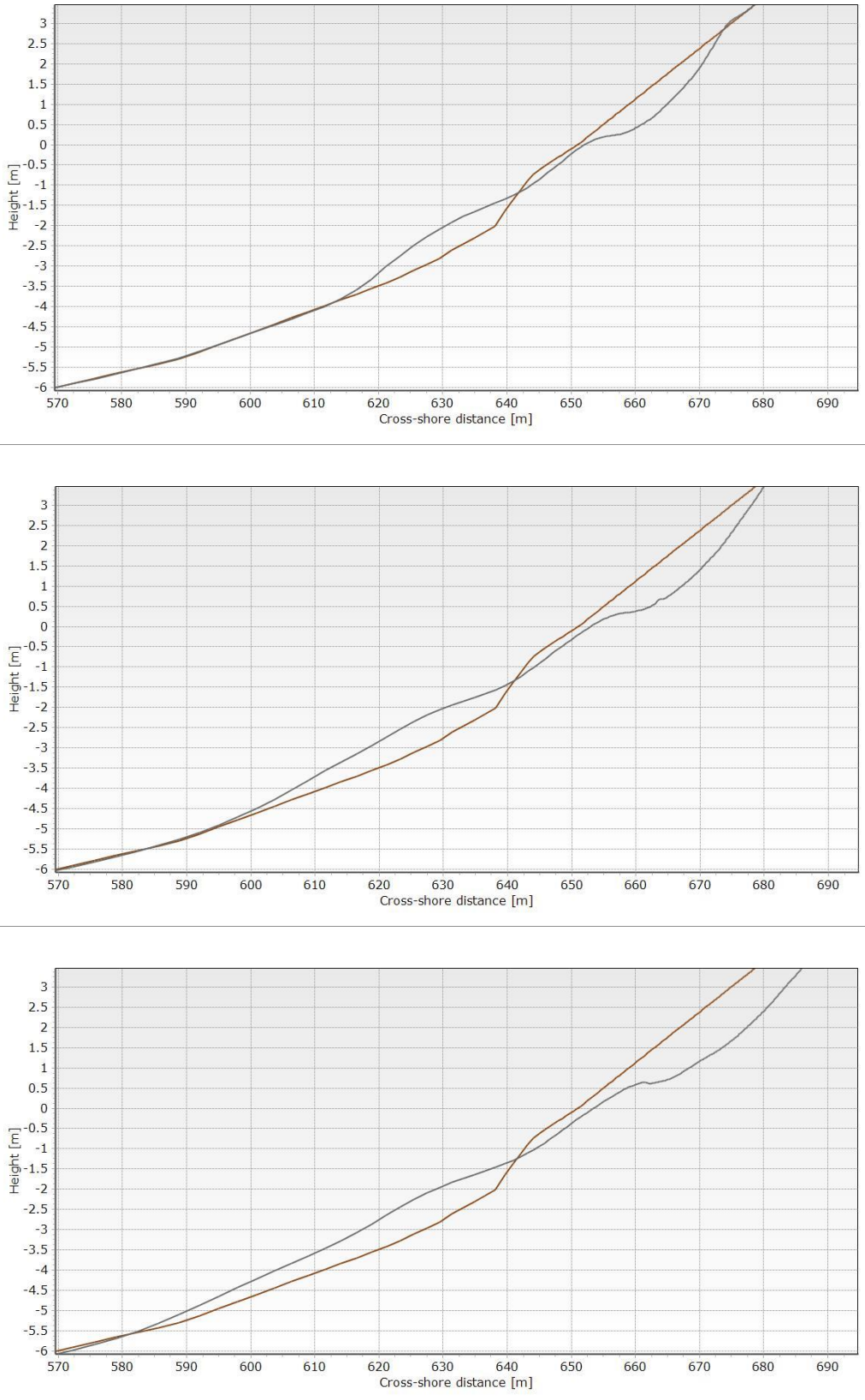


Figura 4-48 CONFIGURAZIONE “FUTURA”, PROFILO 4 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dopo 3 ore (in alto), dopo 6 ore (in mezzo) e dopo 9 ore (in basso), dall’inizio dell’evento di mareggiata con associato tempo di ritorno pari a 50 anni. La geometria del profilo iniziale è riportata in colore marrone, mentre l’evoluzione è rappresentata in colore grigio

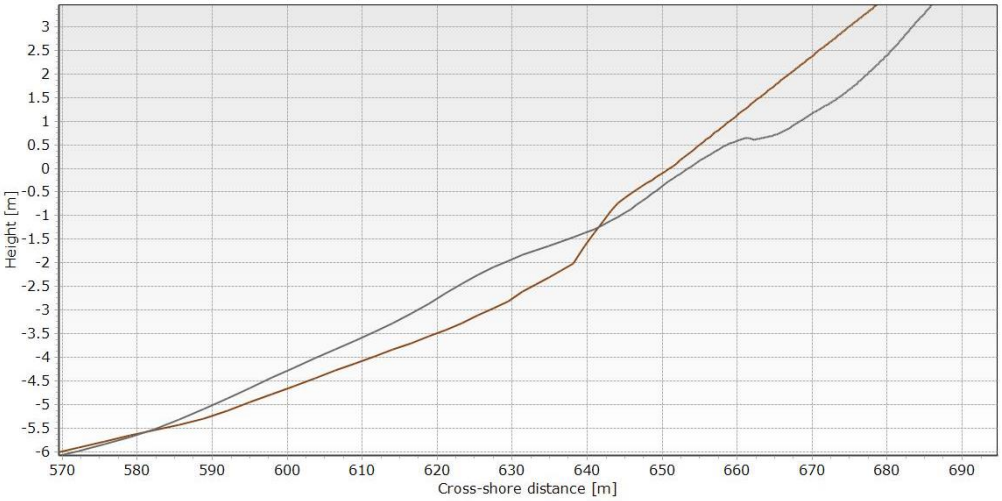


Figura 4-49 CONFIGURAZIONE “FUTURA”, PROFILO 4 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dall’inizio dell’evento (in colore marrone), sino alla fine dell’intensa mareggiata di durata pari a 18 ore (in colore grigio)

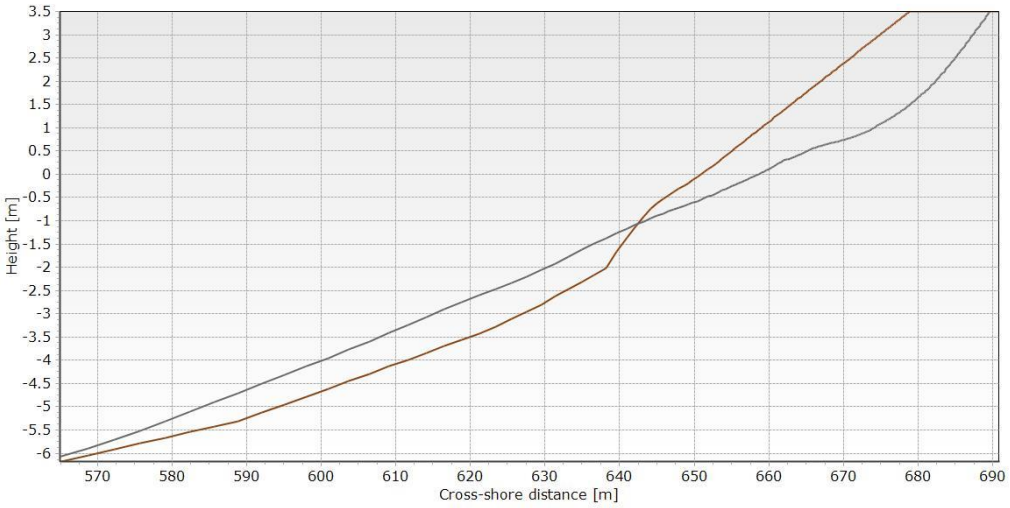


Figura 4-50 CONFIGURAZIONE “FUTURA”, PROFILO 4 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dall’inizio dell’evento (in colore marrone), sino alla fine dell’intensa mareggiata di durata pari a 18 ore (in colore grigio), considerando la dimensione del materiale con d50=2mm

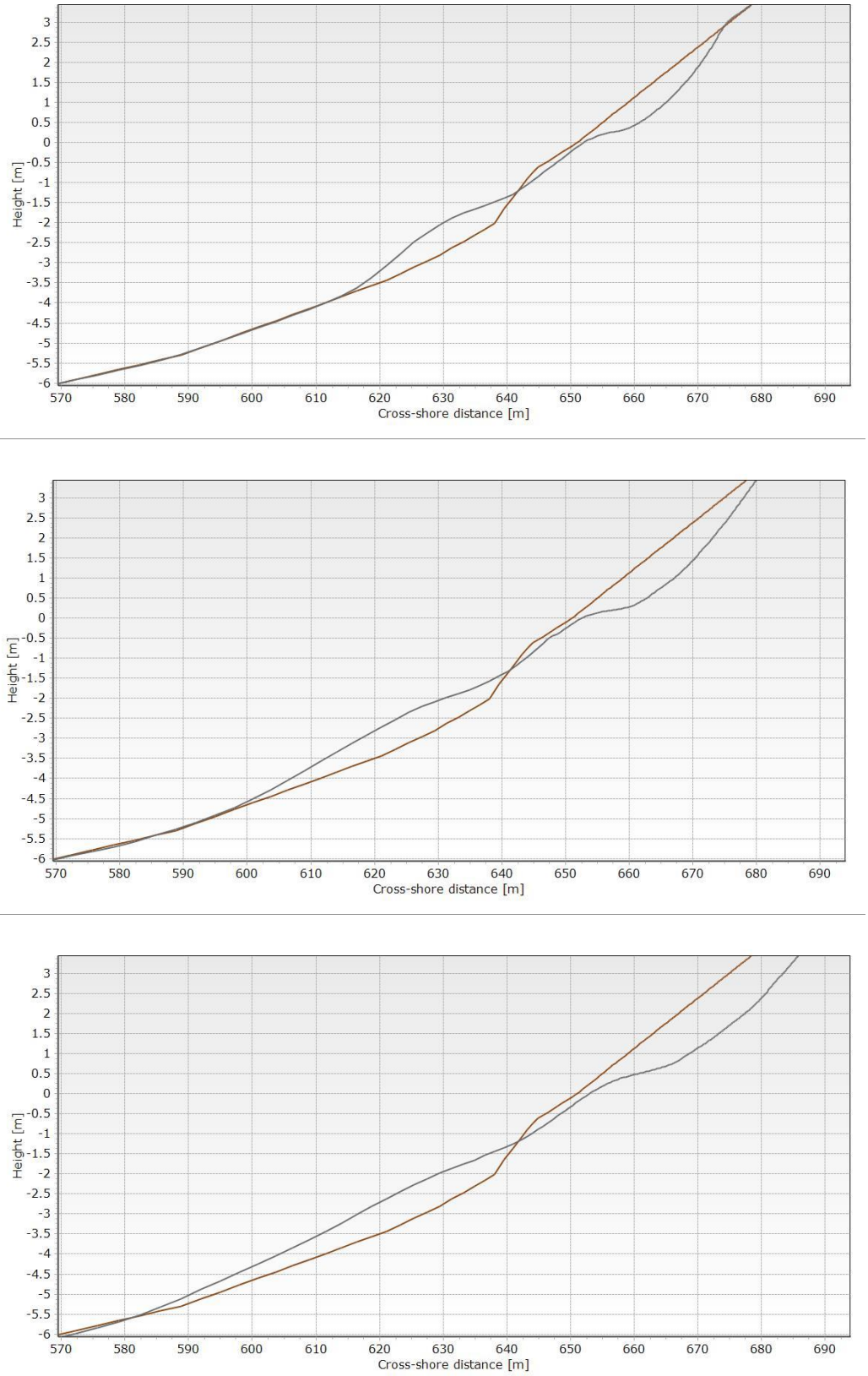


Figura 4-51 CONFIGURAZIONE “FUTURA”, PROFILO 5 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dopo 3 ore (in alto), dopo 6 ore (in mezzo) e dopo 9 ore (in basso), dall’inizio dell’evento di mareggiata con associato tempo di ritorno pari a 50 anni. La geometria del profilo iniziale è riportata in colore marrone, mentre l’evoluzione è rappresentata in colore grigio

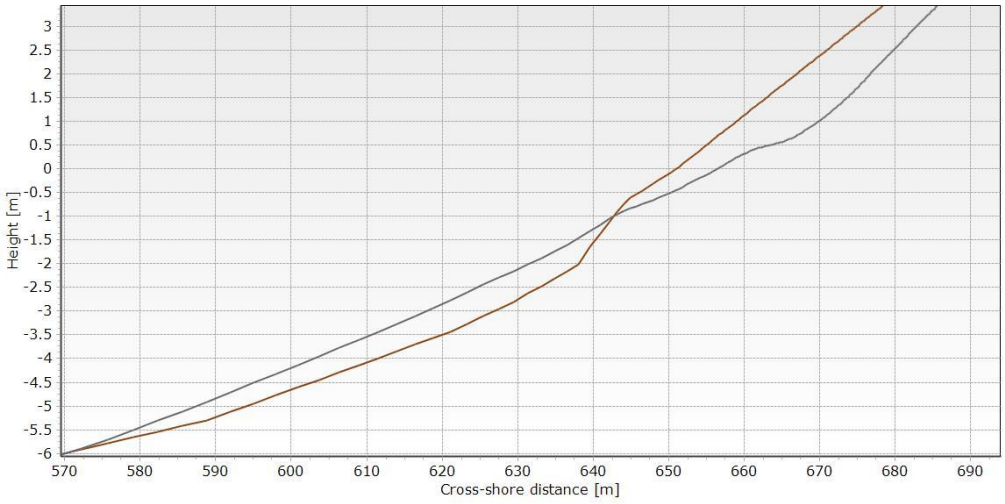


Figura 4-52 CONFIGURAZIONE “FUTURA”, PROFILO 5 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dall’inizio dell’evento (in colore marrone), sino alla fine dell’intensa mareggiata di durata pari a 18 ore (in colore grigio)

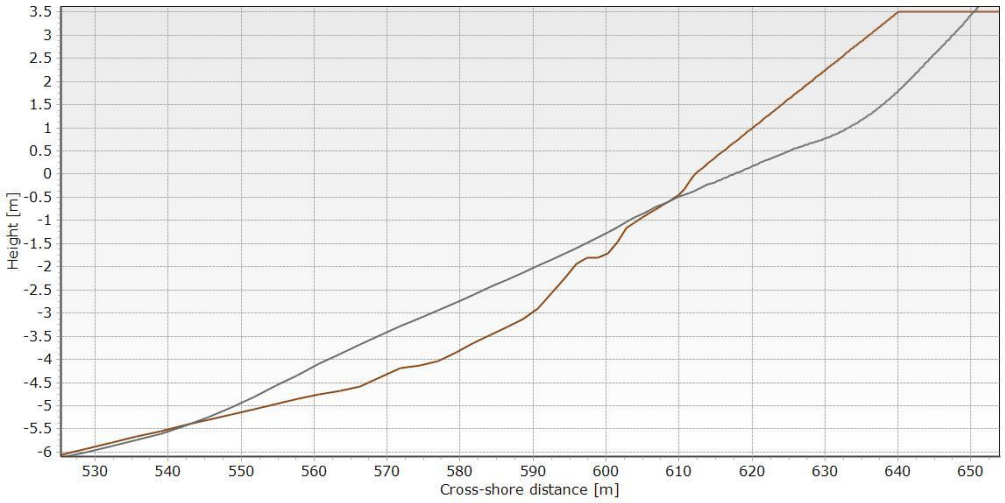


Figura 4-53 CONFIGURAZIONE “FUTURA”, PROFILO 5 – Evoluzione del profilo trasversale di spiaggia dall’inizio dell’evento (in colore marrone), sino alla fine dell’intensa mareggiata di durata pari a 18 ore (in colore grigio), considerando la dimensione del materiale con d50=2mm

5 Modellazione della risalita del moto ondoso sulla spiaggia di Voltri

Escludendo i modelli di fluidodinamica computazionale (CFD), non applicabili alle scale spaziali in oggetto, MIKE 3 WAVE FM è il modello d'onda più avanzato tra quelli disponibili per le specifiche finalità di studio della risalita del moto ondoso su arenili e strutture (Figura 5-1). È un modello 3D pienamente non lineare, "*phase resolving*", su maglia non strutturata, che permette di simulare le dinamiche di frangimento, di risalita (*runup*) e di tracimazione (*overtopping*).

Il codice MIKE 3 Waves viene abitualmente utilizzato per studi inerenti:

- Porti e Terminals: sia per lo studio dell'agitazione ondosa indotta da onde corte e lunghe, sia per la definizione delle caratteristiche degli input necessari agli studi di ormeggio;
- Studi costieri: per la propagazione non lineare dell'onda, per la dinamica alle basse profondità, per lo studio del frangimento e della risalita dell'onda sulla spiaggia, per l'analisi di allagamenti costieri fino alla riproduzione di tsunami;
- Strutture costiere, per lo studio dell'overtopping, della trasmissione e riflessione dell'onda su strutture porose.

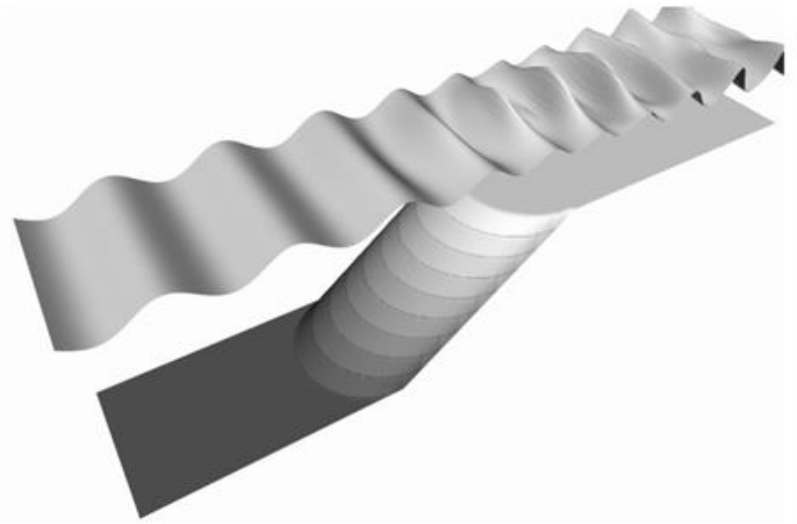


Figura 5-1 Esempio di mappa istantanea della superficie libera del mare riprodotta con MIKE 3 Wave

Il modello è basato sulla soluzione numerica delle equazioni tridimensionali incomprimibili di Navier-Stokes mediate (Reynolds Averaged Navier-Stokes equations) ed in condizioni di pressione non idrostatica. La discretizzazione spaziale viene eseguita utilizzando un metodo a volumi finiti, centrato sulla cella, mentre l'integrazione temporale viene eseguita utilizzando uno schema semi-implicito. I termini convettivi verticali e di diffusione sono discretizzati utilizzando uno schema implicito per rimuovere i limiti di stabilità associati alla risoluzione verticale. I restanti termini sono discretizzati utilizzando uno schema Runge-Kutta esplicito del secondo ordine. I flussi convettivi dell'interfaccia vengono calcolati utilizzando un solutore Riemann approssimato HLLC. Questo schema consente una simulazione robusta e stabile di flussi anche in presenza di salti e/o discontinuità geometriche, essenziale per la modellazione delle onde nella zona di rottura o nelle strutture porose. La dissipazione numerica tiene conto della dissipazione nelle onde frangenti.

Nella dimensione orizzontale è utilizzata una maglia non strutturata costituita da triangoli o quadrilateri, mentre per la dimensione verticale si può utilizzare sia l'approccio di discretizzazione della colonna d'acqua secondo i cosiddetti livelli σ (strati di spessore variabile in funzione della

profondità locale), che un approccio basato su livelli orizzontali “z” (strati orizzontali di spessore costante) sia, infine, un approccio combinato sigma-zeta (Figura 5-2).

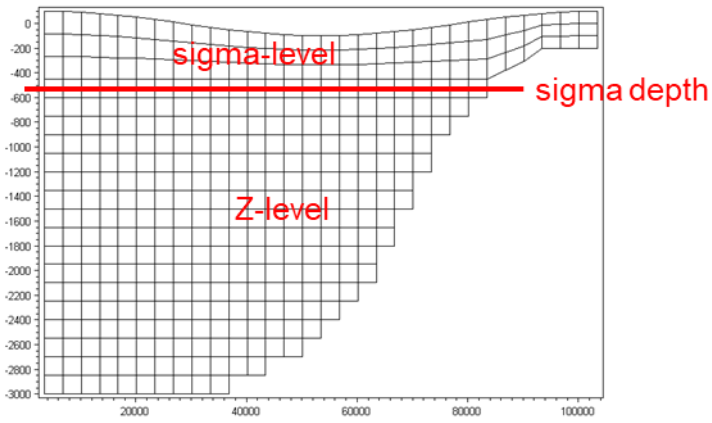


Figura 5-2 Possibili tipologie di discretizzazione della colonna d’acqua: con livelli di spessore variabile in funzione della profondità locale (sigma-layer), oppure con livelli orizzontali (z-layer)

5.1 Dominio di calcolo, batimetria

Il dominio di calcolo selezionato per la porzione di spiaggia di Voltri oggetto di studio risulta essere esteso per circa 800 m verso il largo e per circa 1’000 m lungo costa (Figura 5-3).

Al fine di rappresentare opportunamente i fenomeni non lineari, è stato necessario utilizzare una risoluzione spaziale molto elevata; l’area è stata quindi suddivisa in differenti sottodomini, caratterizzato da elementi triangolari; la risoluzione spaziale selezionata (lunghezza media dei lati dei triangoli) è stata pari a:

- 2 m nell’area della passeggiata R.Bruzzone e della porzione di spiaggia emersa;
- 5 m nella fascia di spiaggia sommersa dalla linea di riva fino a 6-7m di profondità;
- 10 m per la restante parte del dominio di calcolo.

La scelta di una così alta risoluzione degli elementi di calcolo consente una riproduzione delle dinamiche prettamente costiere (frangimento, rifrazione, *shoaling*, attrito con il fondo) ad un grado di dettaglio adeguato agli obiettivi del presente lavoro.

In Figura 5-4 è illustrata la risoluzione orizzontale della mesh di calcolo del modello, complessivamente costituita da circa 82’000 elementi orizzontali.

La geometria del fondale per la configurazione di stato attuale, anche in questo modello, è stata definita sulla base del rilievo messo a disposizione dalla Committenza, predisposto da Co.l.mar. nel Luglio del 2022, integrato per la parte a terra dal rilievo topografico effettuato da Flyview, e per le profondità maggiori dalle carte nautiche. Il risultato finale di interpolazione dei dati batimetrici a disposizione è mostrato nell’immagine a seguire, in cui sono rappresentate l’estensione del modello e la batimetria di calcolo per lo stato attuale.

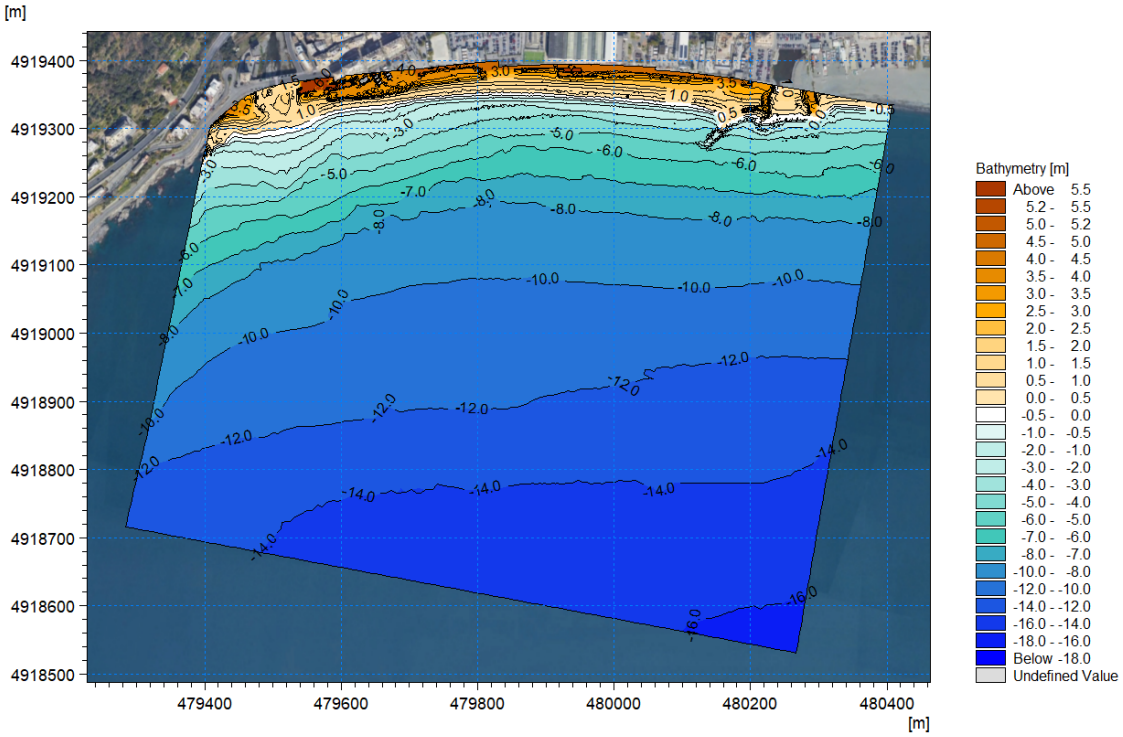


Figura 5-3 Batimetria utilizzata per la modellazione tridimensionale della spiaggia di Voltri nella configurazione di stato attuale, ottenuta dal processamento dei dati a disposizione

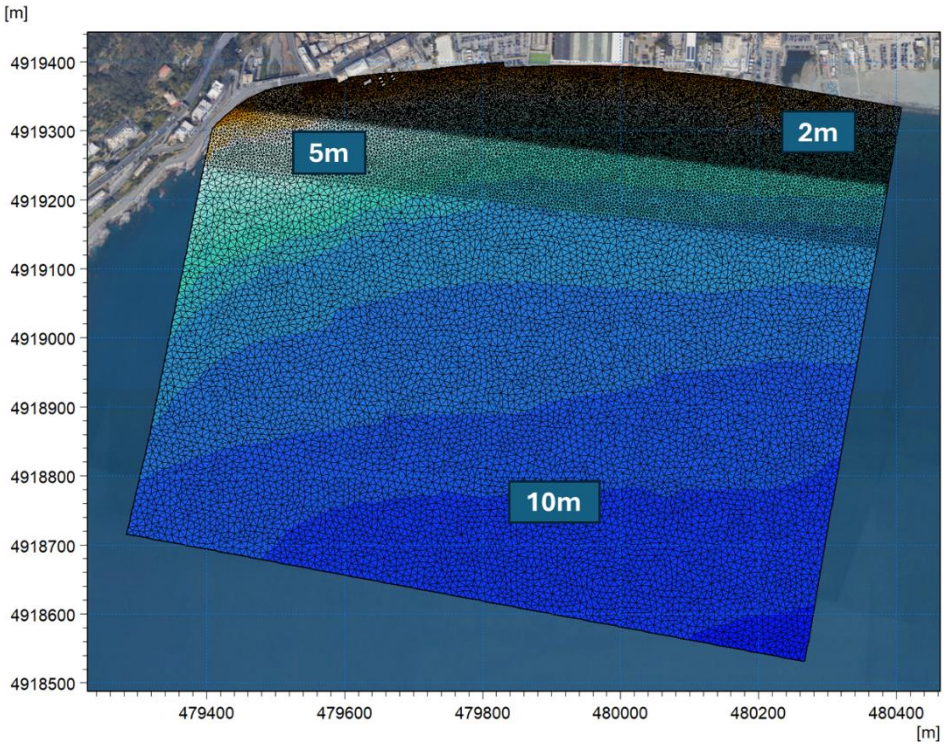


Figura 5-4 Risoluzione della mesh di calcolo

Per la discretizzazione verticale sono stati utilizzati quattro livelli di tipo sigma, equidistanziati, con spessore variabile all'aumentare della profondità. La Figura 5-5 illustra un esempio di rappresentazione di una sezione trasversale centrale al tratto di costa in esame.

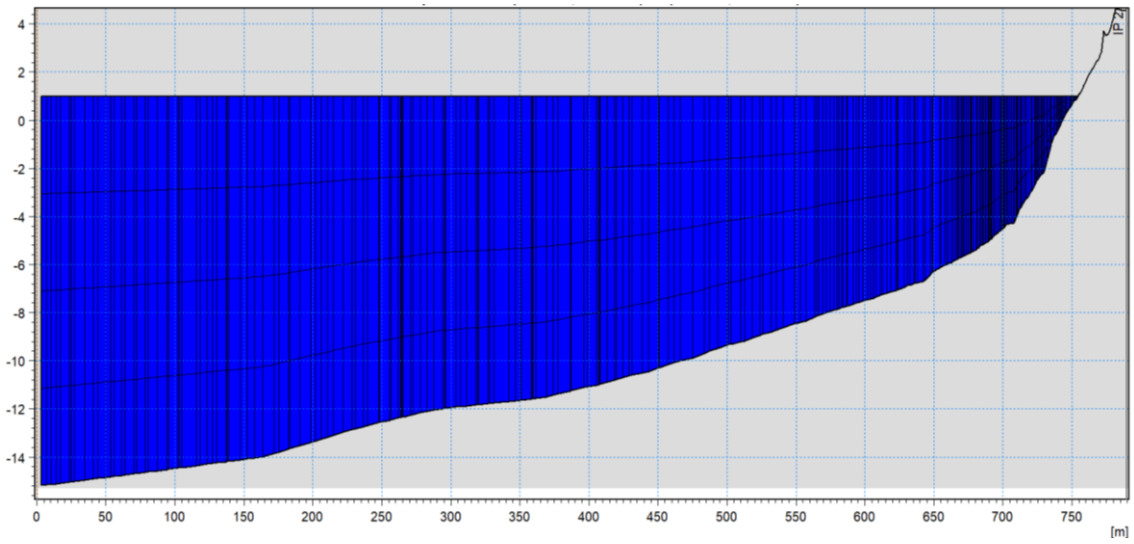


Figura 5-5 Esempio di profilo con discretizzazione della colonna d'acqua in quattro sigma layers che hanno spessore variabile con la profondità locale

La dimensione del dominio e la relativa risoluzione, nei vari sottodomini, è stata mantenuta invariata anche per le due configurazioni progettuali:

- la configurazione di "progetto," comprensiva delle opere di protezione della passeggiata, ovvero una scogliera radente in massi con quota sommitale variabile tra +5.2m s.l.m.m. e +5.0m s.l.m.m.;
- la configurazione "futura", comprensiva delle opere di protezione della passeggiata, dei due isolotti stabilizzatori all'estremità occidentale della spiaggia e del ripascimento strutturale;

Si riportano nelle immagini a seguire lo schema planimetrico della configurazione "di progetto" e della configurazione "futura", sia a scala di dominio di calcolo che con un dettaglio sulle opere rigide inserite progressivamente nel tratto di litorale di Voltri compreso tra le foci dei corsi d'acqua Leira e Cerusa.

Per un maggior grado di dettaglio si rimanda agli elaborati progettuali dedicati.

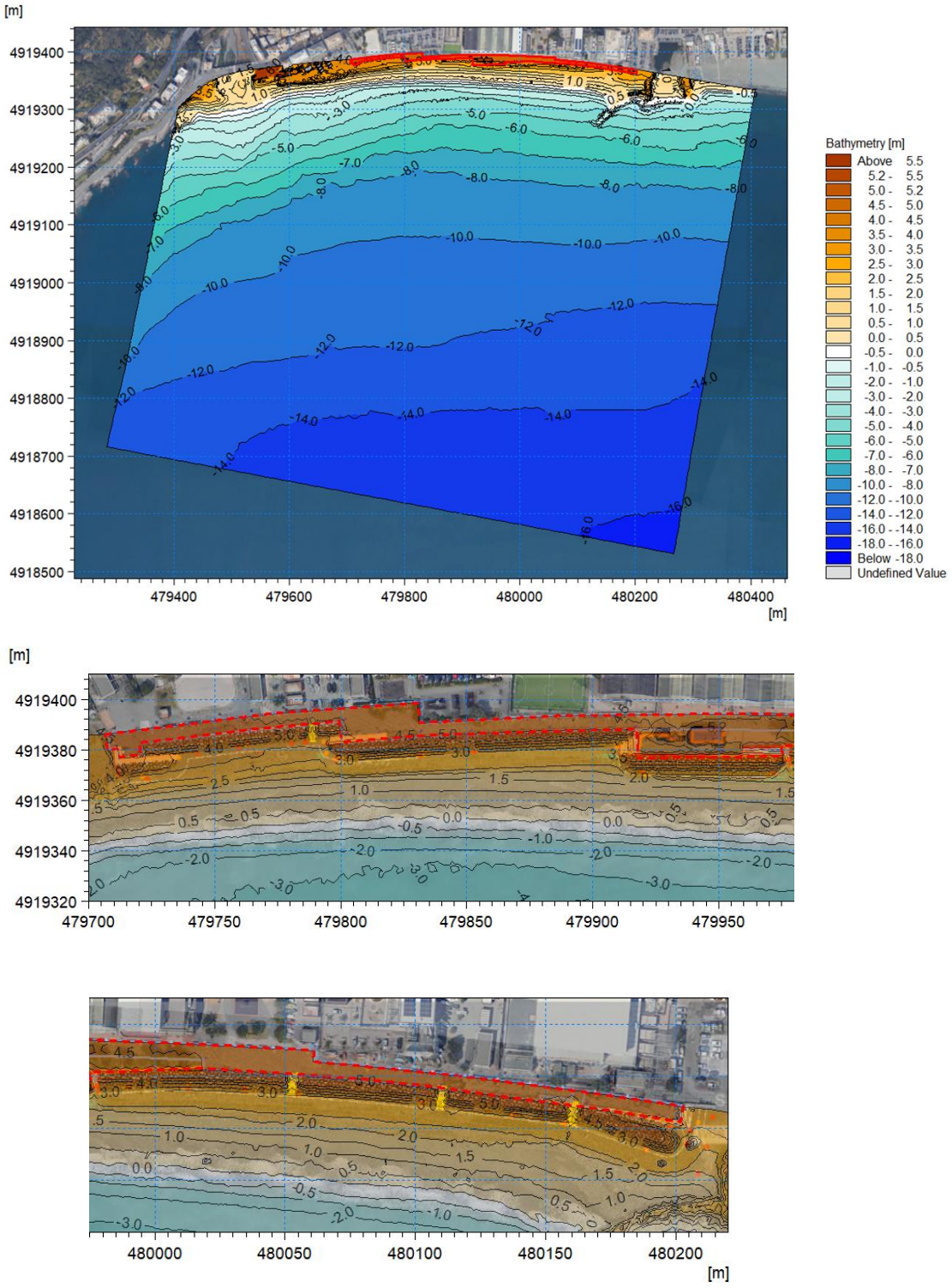


Figura 5-6 Batimetria utilizzata per la modellazione tridimensionale della spiaggia di Voltri nella configurazione di stato di progetto, ottenuta dal processamento dei dati a disposizione, per l'intero dominio (in alto) e per il dettaglio della passeggiata R.Bruzzone (in basso) con l'inserimento della scogliera radente in prossimità dell'impalcato

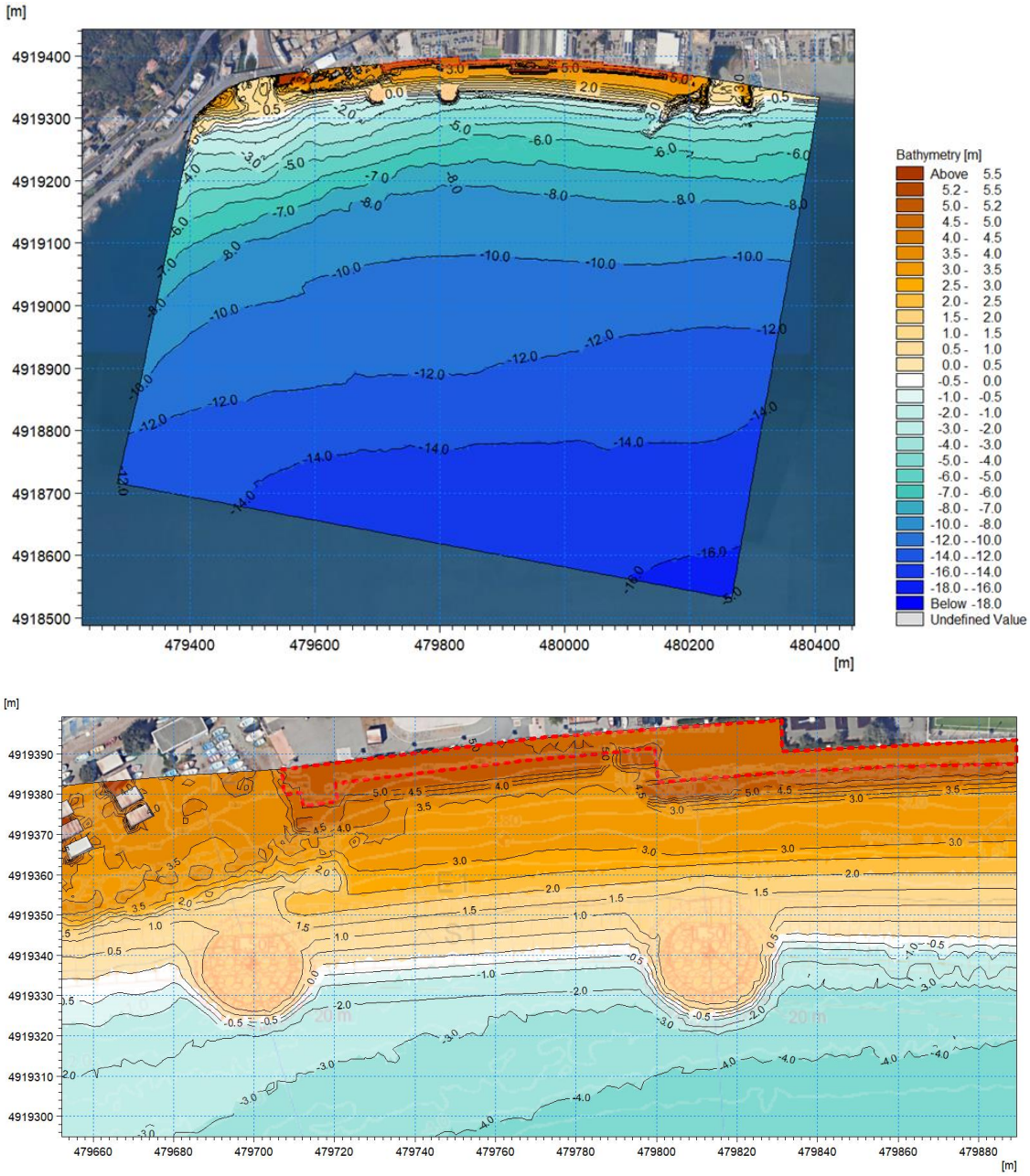


Figura 5-7 Batimetria utilizzata per la modellazione tridimensionale della spiaggia di Voltri nella configurazione “futura”, ottenuta dal processamento dei dati a disposizione, per l’intero dominio (in alto) e per il dettaglio degli isolotti dissipatori (in basso)

5.2 Identificazione della mareggiata rappresentativa

Il modello MIKE 3 Wave, come anticipato, è stato utilizzato per la simulazione e l’analisi delle principali dinamiche sottocosta in prossimità del litorale di Voltri, in particolare per quantificare la risalita del moto ondoso sulla spiaggia e l’eventuale tracimazione del moto ondoso sulla passeggiata R.Bruzzone nelle varie configurazioni geometriche riprodotte.

Anche in questo caso si è fatto riferimento alla mareggiata con tempo di ritorno pari a 50 anni, caratterizzata da una altezza d’onda Hs= 5.4m, da un periodo di picco pari a Tp=10.7s e con una direzione media di provenienza MWD=200°N.

Il livello del mare è stato assunto cautelativamente pari a 0.99m, ovvero il valore risultante dalla statistica degli estremi per la serie di dati osservata al mareografo di Genova per assegnato tempo di ritorno pari a 50 anni (0.76m), incrementato dell'ulteriore innalzamento conseguente ai cambiamenti climatici all'anno 2050 (0.23m).

5.3 Risultati del modello

Le simulazioni condotte hanno permesso di ottenere i risultati delle principali grandezze di moto ondoso ed idrodinamiche, in tutti i punti del dominio di calcolo.

Al fine di supportare la definizione dello schema di difesa della passeggiata R.Bruzzone si è proceduto con la visualizzazione e il confronto delle mappe di altezza d'onda significativa, elevazione della superficie libera, andamento delle velocità e portate di tracimazione in alcune sezioni rappresentative.

A seguire si riportano, a titolo esemplificativo, alcune tipologie di risultati ottenuti dalle simulazioni svolte.

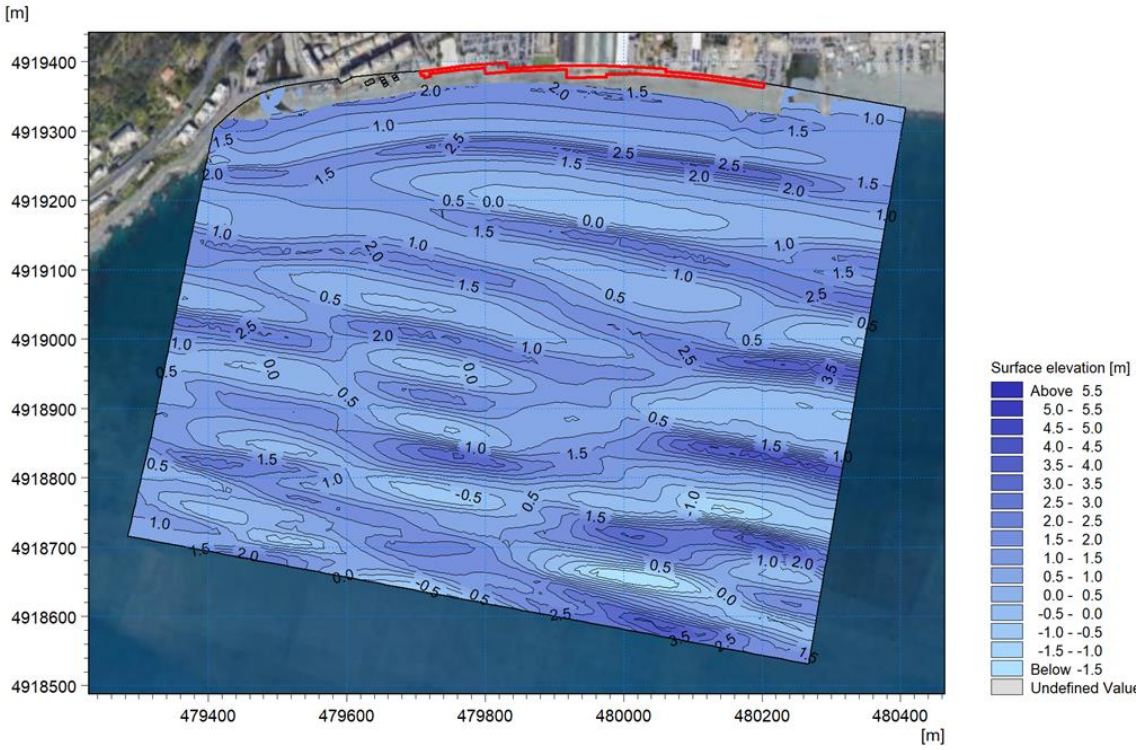


Figura 5-8 Esempio di risultati: mappa della elevazione della superficie libera in uno specifico istante della riproduzione dell'evento di mareggiata cinquantennale (Hs=5.4m, Tp=10.7s e MWD 200°N)

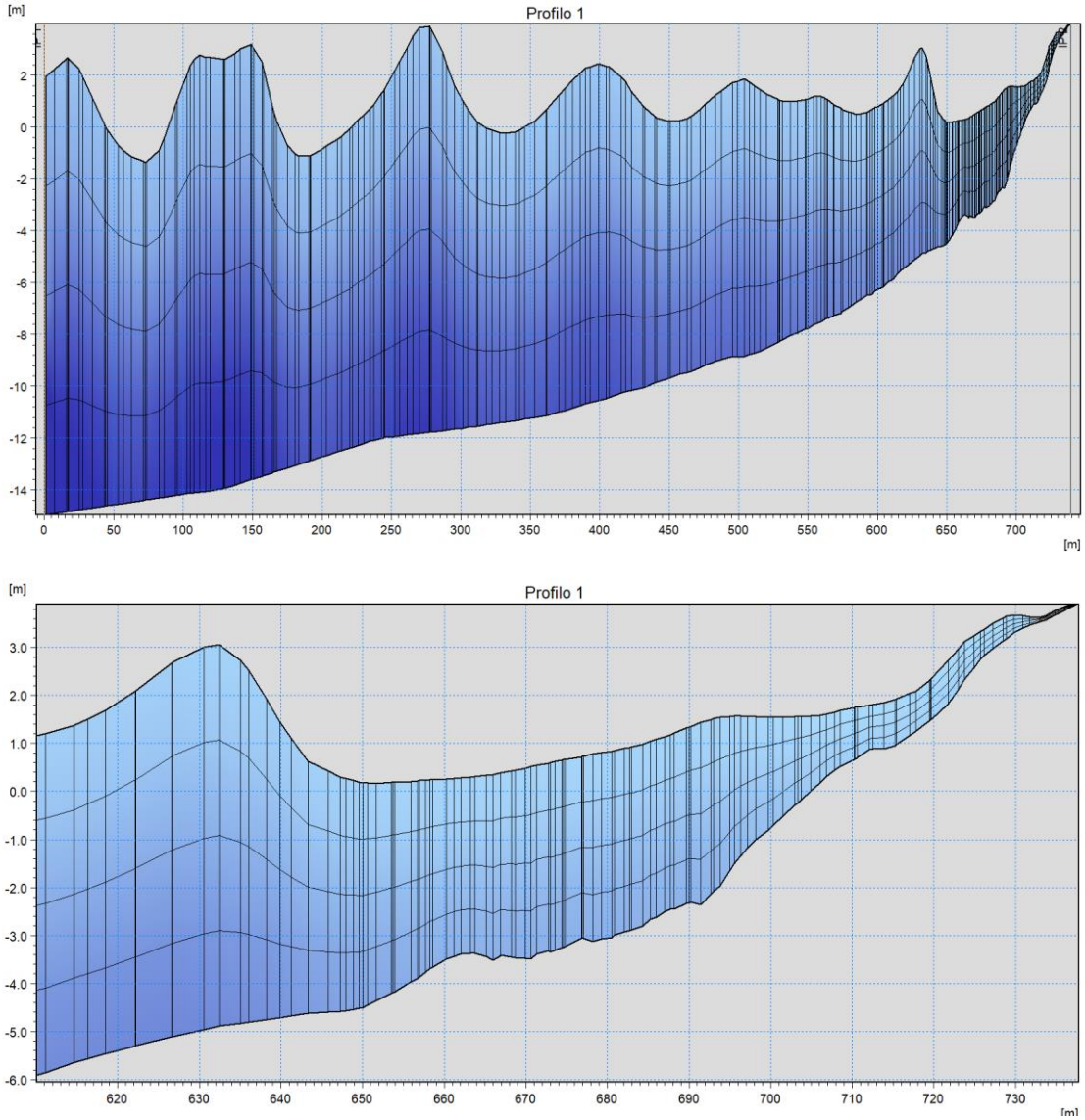


Figura 5-9 Esempio di risultati: rappresentazione della risalita di un'onda lungo il profilo 1 per l'intera lunghezza (in alto) e per il dettaglio della fascia compresa tra la profondità di 6m sino alla passeggiata (in basso)

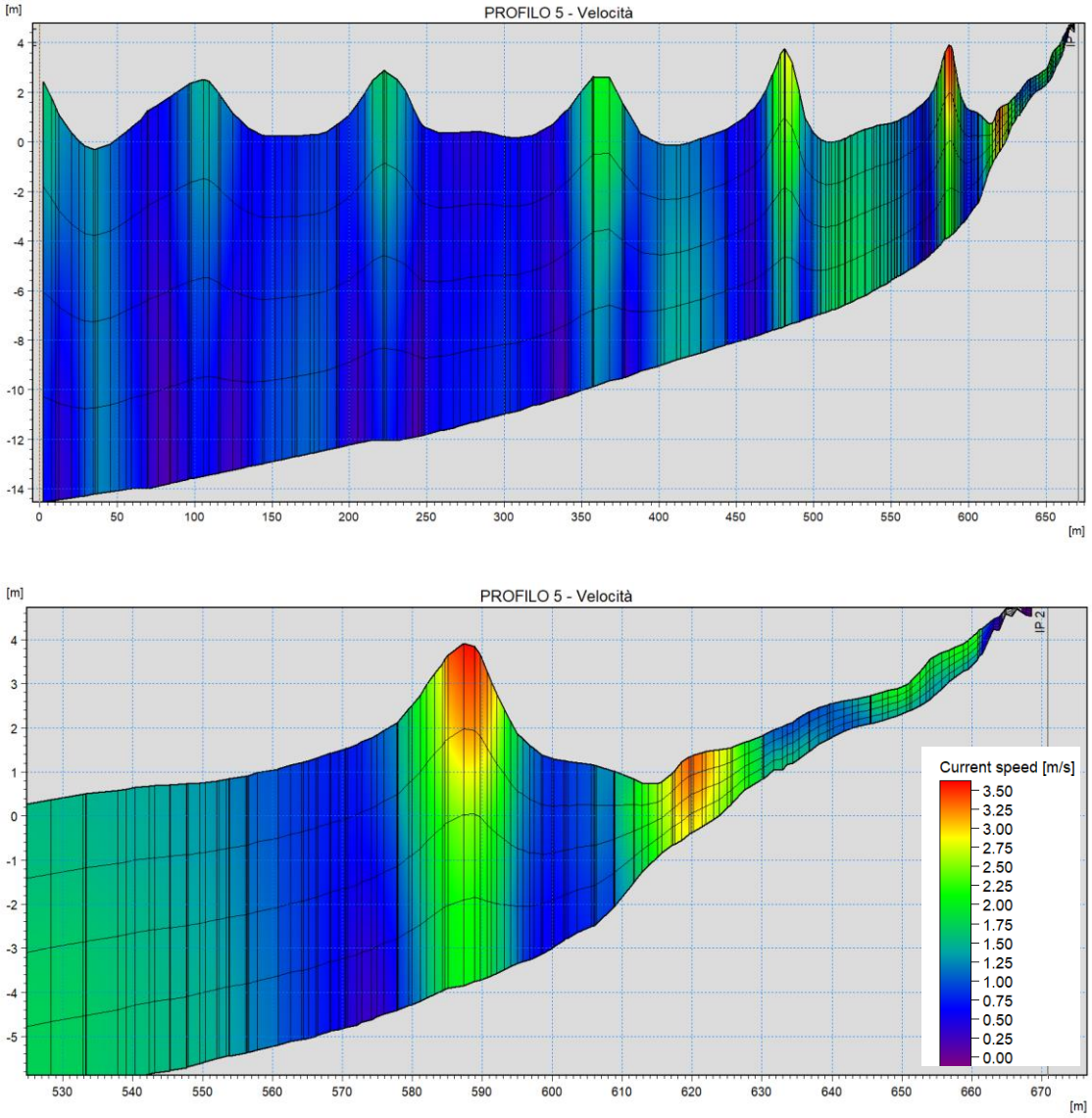


Figura 5-10 Esempio di risultati: rappresentazione della distribuzione delle velocità di un'onda lungo il profilo 5, per l'intera lunghezza (in alto) e per il dettaglio della fascia compresa tra la profondità di 6m sino alla passeggiata (in basso)

In particolare, sulla base della distribuzione dell'elevazione della superficie libera è stato possibile procedere con la stima della risalita dell'onda, e nello specifico con il calcolo di:

- *run-up massimo*, valore che indica la quota massima che la singola onda può raggiungere sulla spiaggia;
- *run-up 2%,* valore di riferimento diffusamente utilizzato nell'ingegneria costiera per analisi di rischio allagamento e corrispondente alla quota superata dal 2% delle onde in arrivo in una successione di onde singole all'interno della mareggiata;
- run-up 33%, valore medio di altezza che viene superato da un terzo delle onde più alte che si verificano durante la mareggiata;

Tali valori sono stati calcolati per l'evento cinquantennale sia in corrispondenza dei cinque profili di riferimento già presi in considerazione per il modello monodimensionale, sia in corrispondenza di due ulteriori sezioni di interesse (Figura 5-11).

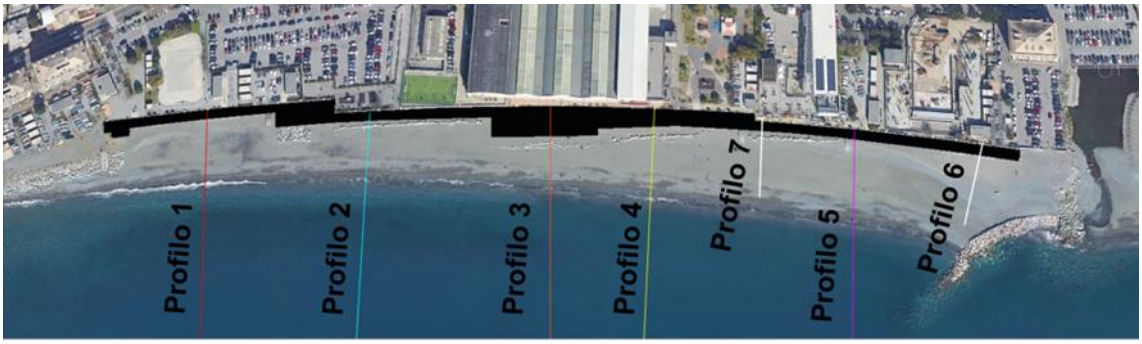


Figura 5-11 Ubicazione dei profili di spiaggia su cui sono stati calcolati i valori di run-up massimo, run-up 2% e run-up 33%

Tabella 5-1 Stime di risalita dell'onda per l'evento cinquantennale per la spiaggia di Voltri nella configurazione di stato attuale

Run Up						
Run up max [m]						
Prof1	Prof2	Prof3	Prof4	Prof5	Prof6	Prof7
3.7	3.8	3.8	3.9	4.3	4.2	3.2
Run up 2% [m]						
Prof1	Prof2	Prof3	Prof4	Prof5	Prof6	Prof7
2.7	2.8	3.0	2.8	2.9	2.7	2.4
Run up 1/3 [m]						
Prof1	Prof2	Prof3	Prof4	Prof5	Prof6	Prof7
1.9	2.0	2.1	2.0	1.8	1.9	1.9

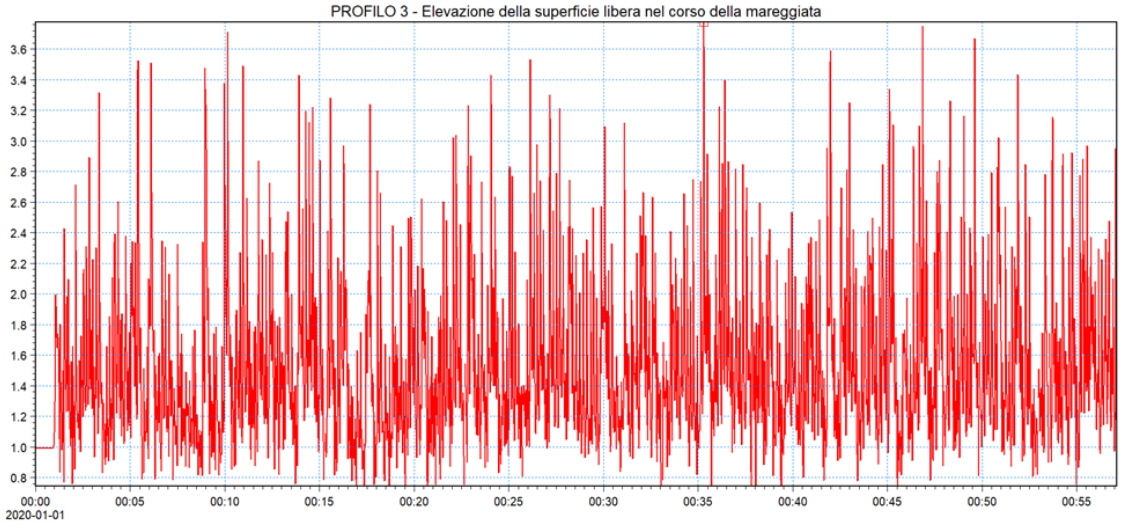


Figura 5-12 Elevazione della superficie libera in corrispondenza del profilo 3 nel corso della mareggiata

Dai valori simulati di risalita dell'onda emerge una generale omogeneità tra i vari profili per i valori di run-up 2% e run-up 33%, con variazioni nell'ordine di 0.2-0.3 m. Più marcata risultano invece le differenze tra i profili in termini di risalita massima, con 4.3m di altezza nel tratto di spiaggia limitrofo alla foce del torrente Leira e valori inferiori (3.8-3.9m) nella parte centrale e occidentale della porzione di litorale oggetto di studio.

Anche per la stima dell'eventuale portata di tracimazione sulla passeggiata durante la mareggiata cinquantennale si è fatto riferimento ai medesimi 7 transetti; in particolare si sono individuate sezioni di larghezza pari a 10 m in corrispondenza dell'intersezione tra l'impalcato della passeggiata e la traccia dei profili di controllo.

Estraendo dalle simulazioni svolte le serie temporali di portata di tracimazione, per la configurazione di stato attuale si ottengono i seguenti valori medi su 1ora:

Tabella 5-2 Configurazione di stato attuale: stima delle portate di tracimazione sulla passeggiata per l'evento con tempo di ritorno pari a 50 anni in corrispondenza dei profili di controllo

Q [$m^3/s/m$]						
Prof 1	**Prof 2**	**Prof 3**	**Prof 4**	**Prof 5**	**Prof 6**	**Prof 7**
0.001	0.020	0.024	0.014	0.005	0.000	0.004

Si precisa che nel corso della simulazione del treno di onde riprodotte con il modello, i valori massimi di portata di tracimazione ottenuti nelle sezioni più centrali, profili 2-3-4, hanno raggiunto istantaneamente valori eccezionalmente elevati, fino a 3-4 $m^3/s/m$.

Nelle configurazioni di progetto e "futura" le onde che riescono a raggiungere l'impalcato della passeggiata sono in numero molto limitato e con portate di tracimazione trascurabili, non sufficienti quindi per definire dei valori medi di riferimento. Le poche onde singole che superano la scogliera, registrate solo nei profili centrali 2-3-4, hanno valori massimi di portata di tracimazione pari a 0.2-0.1 $m^3/s/m$. Le simulazioni confermano quindi che l'intervento di difesa della passeggiata riduce drasticamente il fenomeno di overtopping riscontrato nell'attuale assetto della spiaggia e della passeggiata.

A seguire si riportano alcuni risultati delle simulazioni svolte distinti nelle tre configurazioni geometriche di stato attuale, configurazione di progetto e configurazione "futura".

5.3.1 Configurazione di stato attuale

A seguire si riportano le mappe di distribuzione dell'altezza d'onda significativa per l'intero dominio (Figura 5-13) e per il dettaglio della spiaggia emersa e della passeggiata R.Bruzzone (Figura 5-14).

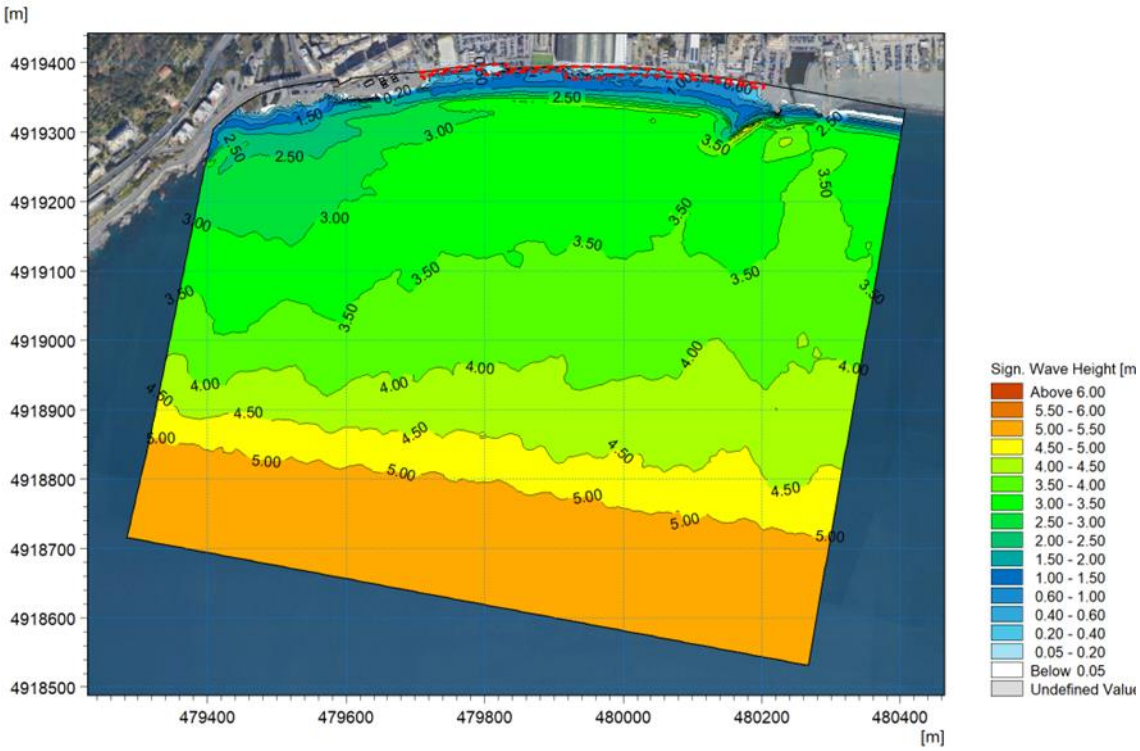


Figura 5-13 Stato attuale: mappa di altezza d'onda significativa per l'intero dominio di calcolo

Dalle immagini emerge la pressoché completa esposizione della passeggiata nell'attuale configurazione alla mareggiata riprodotta

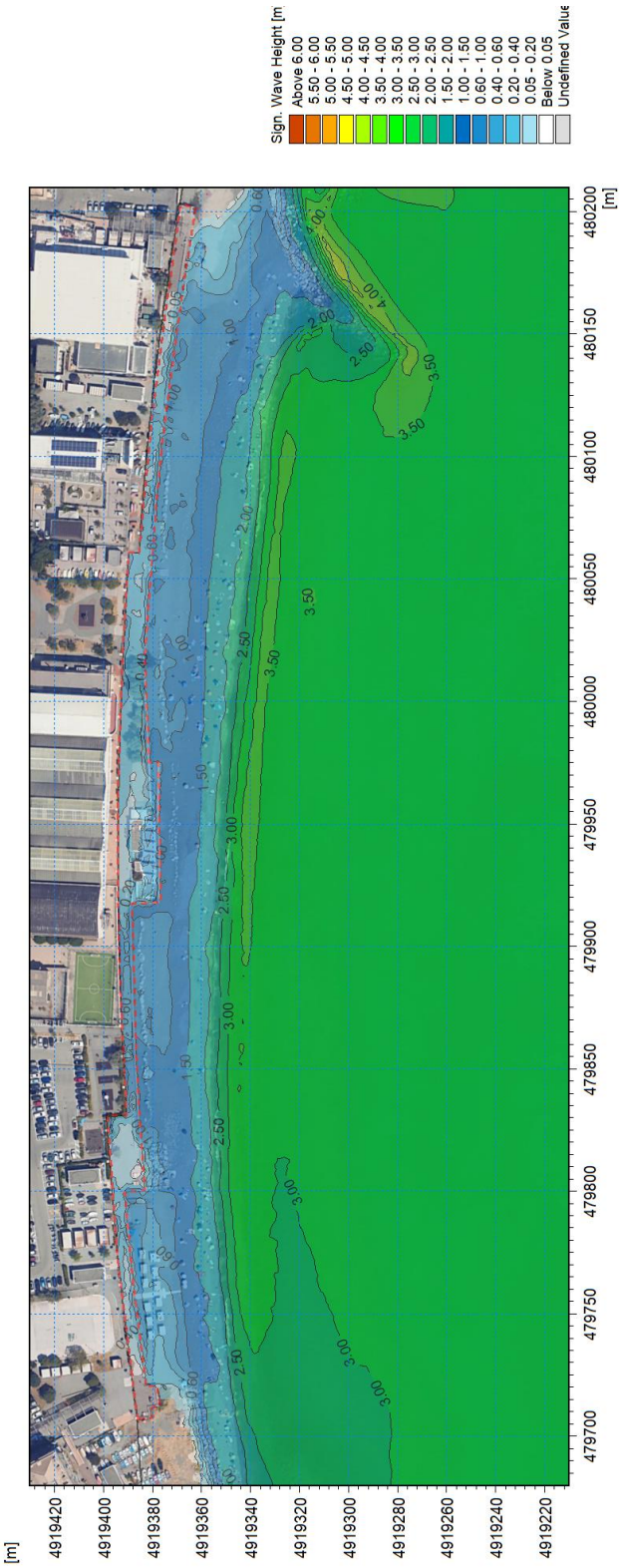


Figura 5-14 Stato attuale: dettaglio della mappa di altezza d'onda significativa per la porzione di spiaggia di interesse per il presente studio

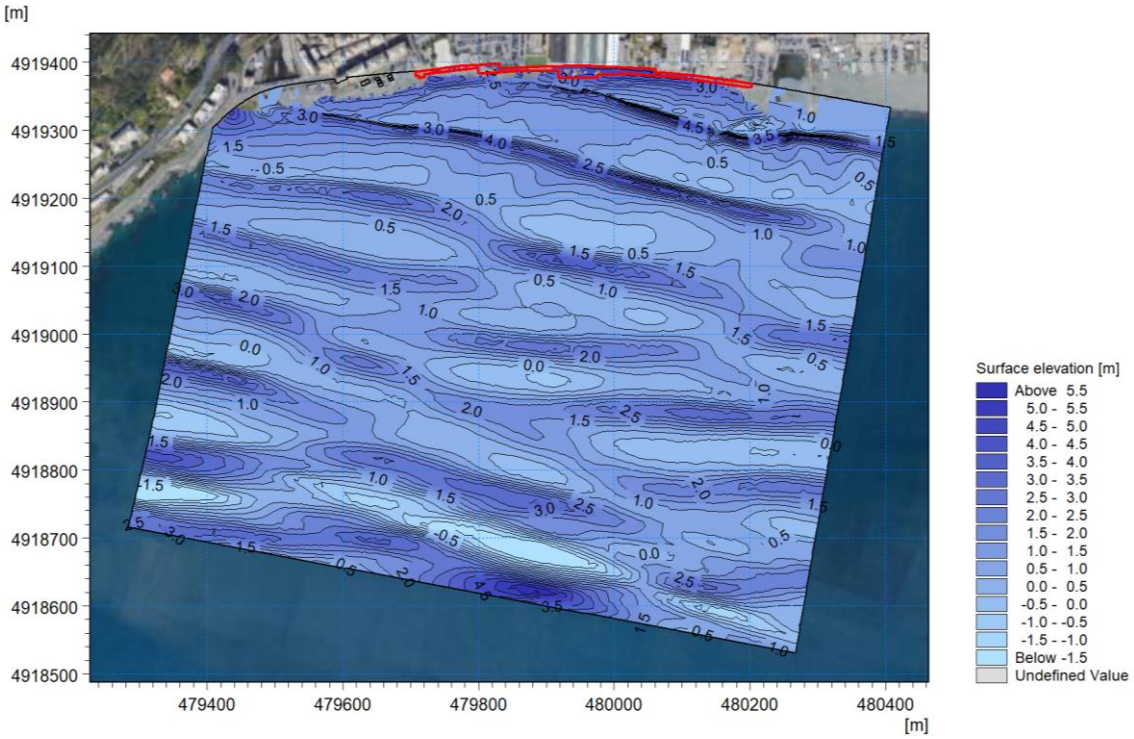


Figura 5-15 Stato attuale: mappa di elevazione della superficie libera per l'intero dominio di calcolo in corrispondenza di una delle onde più alte della mareggiata riprodotta (TS2117)

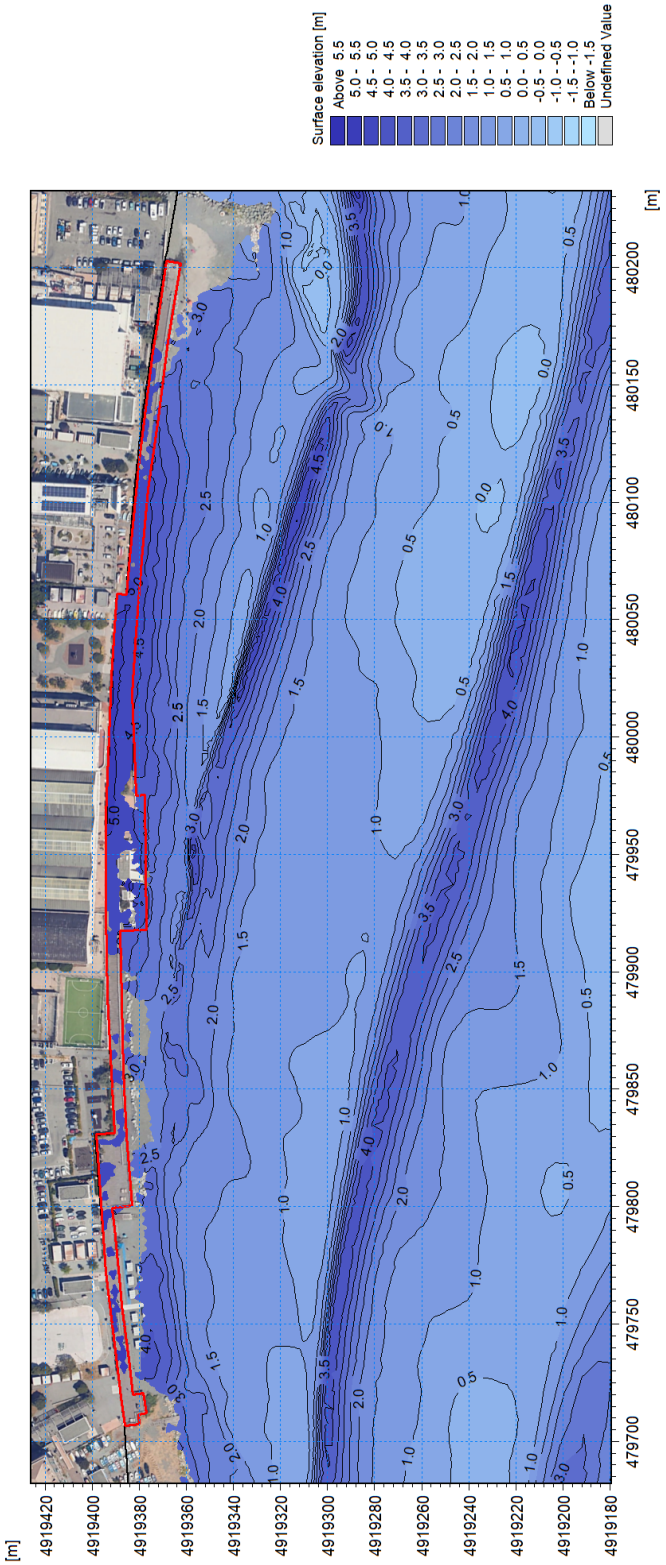


Figura 5-16 Stato attuale: dettaglio della mappa di elevazione della superficie libera la porzione di spiaggia oggetto di studio, in corrispondenza di una delle onde più alte della mareggiata riprodotta (TS2117)

5.3.2 Configurazione di progetto

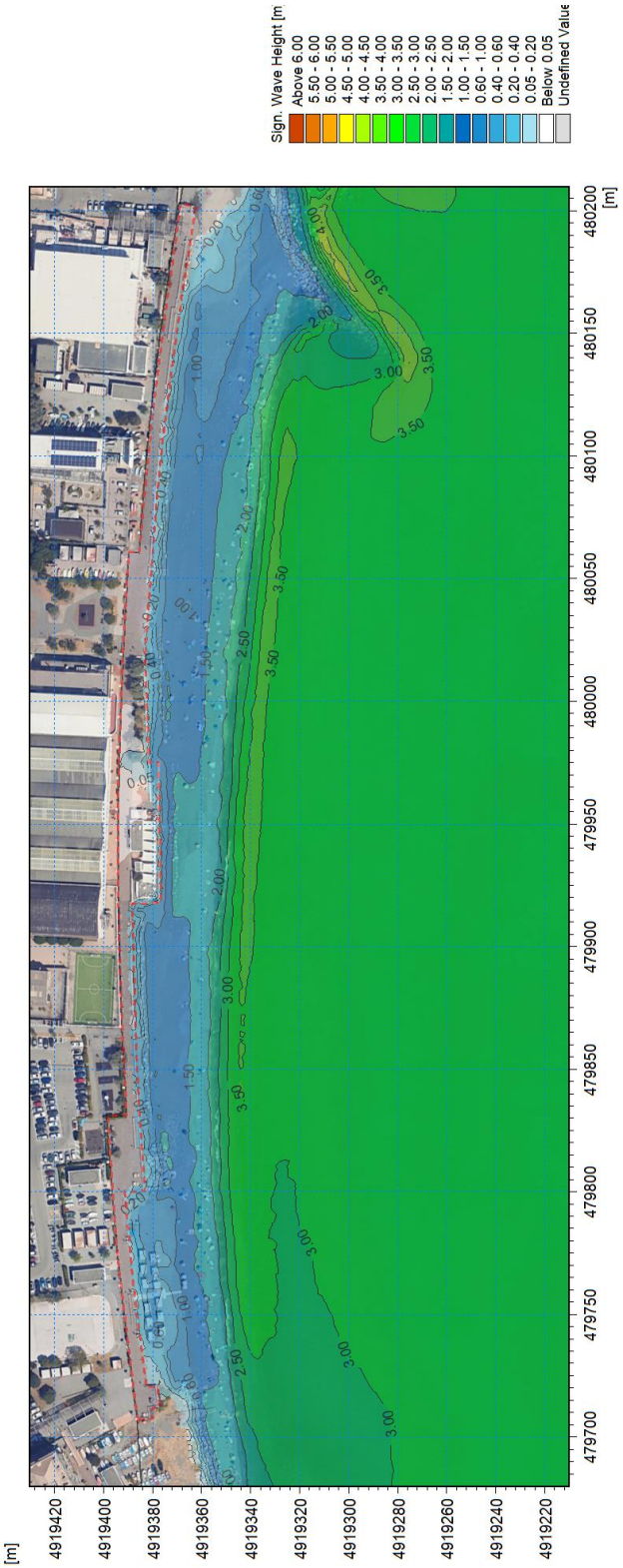


Figura 5-17 Configurazione di stato di progetto: dettaglio della mappa di altezza d'onda significativa per la porzione di spiaggia di interesse per il presente studio

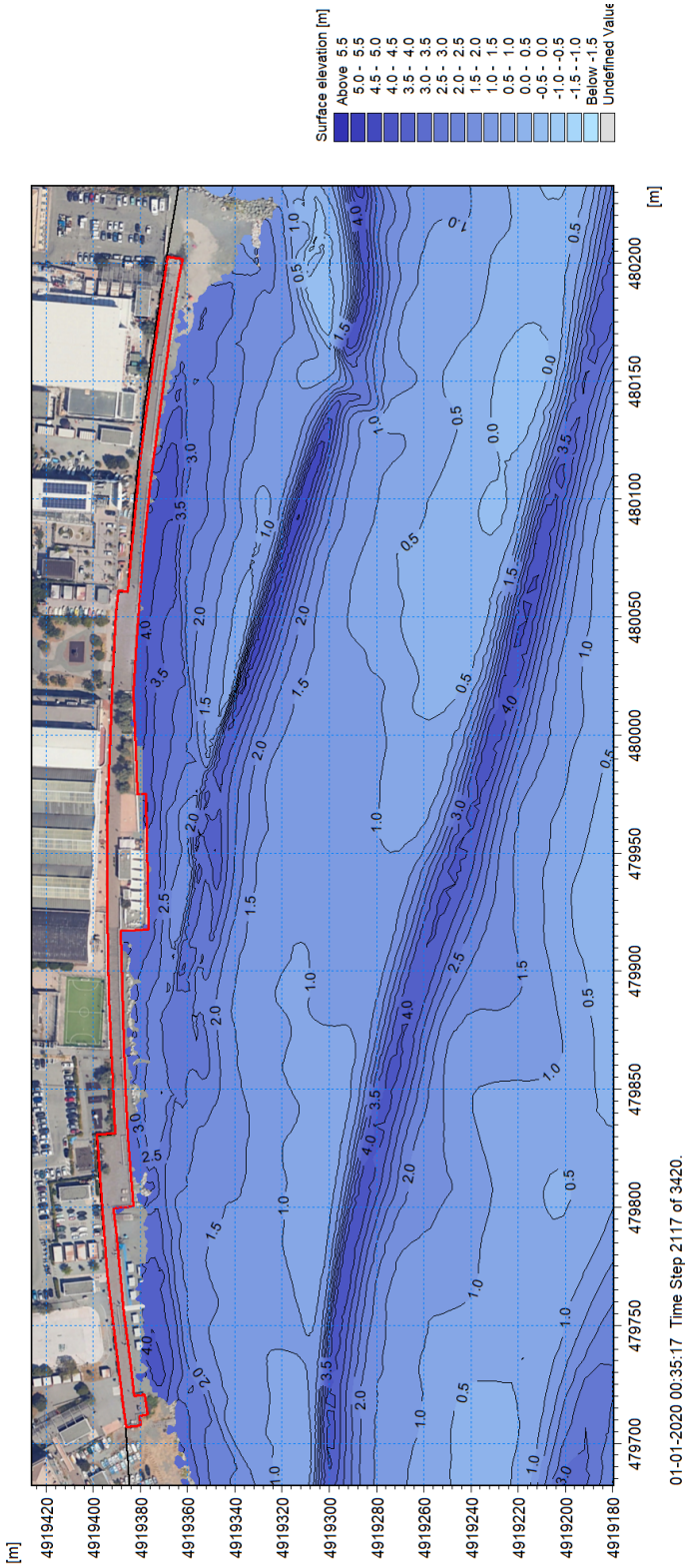


Figura 5-18 Configurazione di progetto: dettaglio della mappa di elevazione della superficie libera la porzione di spiaggia oggetto di studio, in corrispondenza di una delle onde più alte della mareggiata riprodotta (TS2117)

5.3.3 Configurazione “futura”



Figura 5-19 Configurazione “futura”: dettaglio della mappa di altezza d’onda significativa per la porzione di spiaggia di interesse per il presente studio

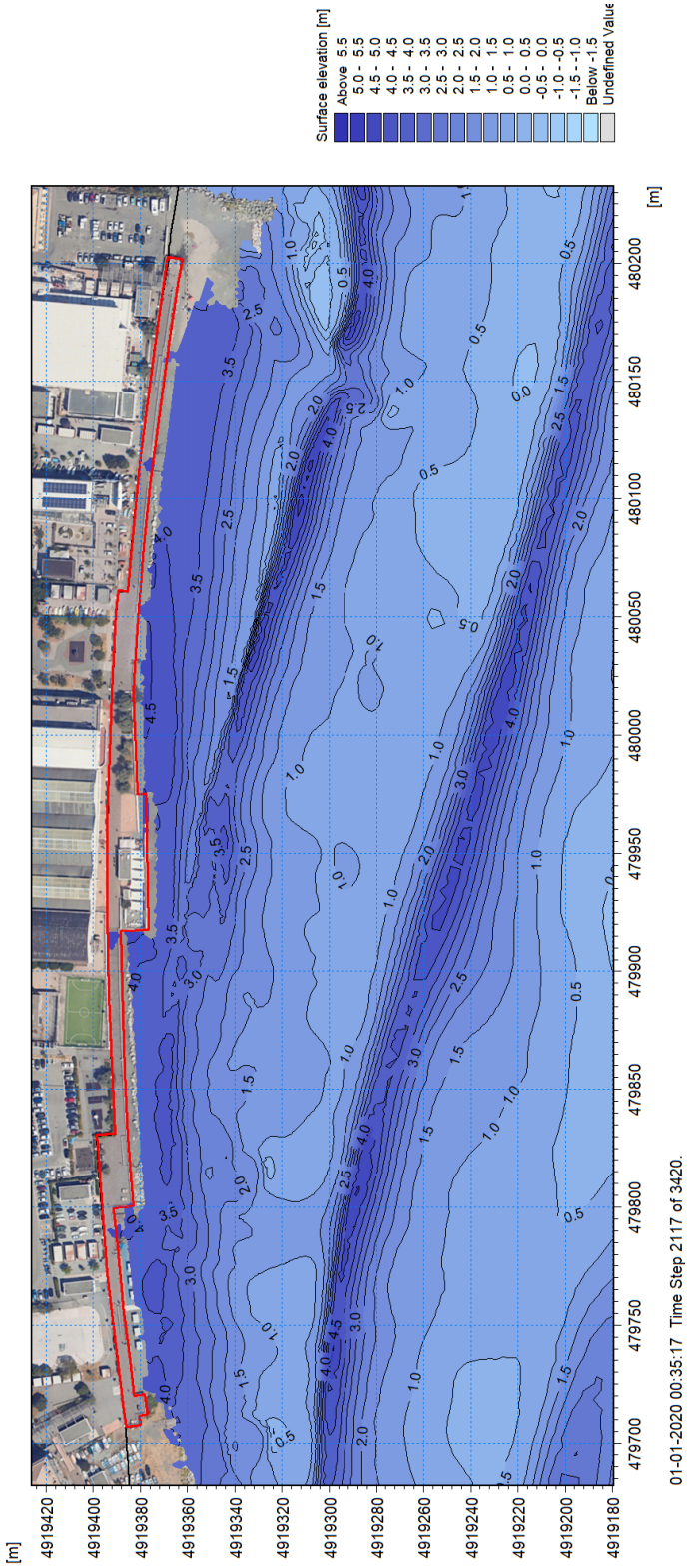


Figura 5-20 Configurazione futura: dettaglio della mappa di elevazione della superficie libera la porzione di spiaggia oggetto di studio, in corrispondenza di una delle onde più alte della mareggiata riprodotta (TS2117)

6 Conclusioni

Lo studio ha riguardato una serie di attività modellistiche svolte a supporto degli “Interventi di manutenzione straordinaria della passeggiata di Voltri: riqualificazione e percorso ciclabile Roberto Bruzzone”.

Le simulazioni hanno riguardato dapprima lo stato attuale, con la non secondaria finalità di dimostrare la capacità del modello di descrive il reale comportamento della spiaggia nella configurazione attuale, quindi la configurazione “di progetto”, corrispondente all’implementazione della nuova configurazione dell’opera di difesa lungo tutta la passeggiata, ed infine la configurazione “futura”, corrispondente all’ulteriore implementazione del sistema di difesa con un ripascimento strutturale protetto da alcune opere rigide (come da previsioni e progettualità di Comune e AdSP).

Nell’ambito del progetto esecutivo “Secondo lotto dei lavori relativi alla realizzazione della galleria scolmatrice del Torrente Bisagno in Comune di Genova”, il litorale di Voltri è stato infatti selezionato per il reimpiego del materiale derivante dallo scavo della galleria per il ripascimento strutturale del litorale soggetto a costante arretramento. L’intervento, non ancora programmato temporalmente con precisione a causa dell’incertezze sulle tempistiche del cantiere del Bisagno, avvierà sicuramente una trasformazione importante del litorale, con significativo avanzamento della linea di riva, incremento dell’ampiezza di spiaggia e pertanto della difesa delle strutture ed infrastrutture presenti a tergo della stessa.

Al fine di ottimizzare e preservare l’importante volume di materiale che verrà sversato, l’Autorità di Sistema Portuale del Mar Ligure Occidentale ha commissionato a DHI nel 2022 uno studio volto all’identificazione e all’ottimizzazione di opere rigide ad integrazione e completamento del progetto di ripascimento. Lo studio ha permesso di individuare nella realizzazione di due isolotti stabilizzatori in corrispondenza della parte più occidentale della spiaggia di Voltri una soluzione efficace al fine di trattenere il materiale di ripascimento in quel tratto di arenile, più soggetto all’erosione.

In attesa di tale radicale trasformazione del litorale di Voltri, è necessario provvedere alla realizzazione di un’opera di difesa della passeggiata Bruzzone che, nella configurazione attuale, risulta troppo esposta all’energia del moto ondoso e registra danni all’impalcato in concomitanza di mareggiate particolarmente severe.

Nel presente studio è descritta una serie di attività di modellazione numerica a supporto della progettazione di una idonea struttura di difesa della passeggiata. A tal fine si è proceduto in primo luogo alla simulazione dell’evoluzione morfologica del profilo di spiaggia a seguito di una mareggiata cinquantennale. In considerazione della tessitura del sedimento dell’arenile (prevalentemente ghiaioso), si è utilizzato il codice di calcolo Xbeach-G, che ha permesso di simulare la risposta della spiaggia di Voltri rispetto alla mareggiata.

Per l’analisi dei risultati sono stati selezionati cinque profili trasversali di riferimento, di lunghezza pari a circa 700m, estesi dalla batimetrica 15m sino alla passeggiata R. Bruzzone. Ogni profilo è stato selezionato perchè rappresentativo di un tratto di passeggiata caratterizzato da una differente esposizione al moto ondoso e/o da diversa distanza dalla linea di riva.

I risultati delle simulazioni, come atteso, hanno evidenziato un arretramento della porzione di spiaggia emersa, a fronte di un aumento del volume di materiale presente nella spiaggia sommersa. In tutte le configurazioni geometriche la maggior movimentazione del sedimento si osserva nelle prime ore dell’evento quando il materiale necessita di una prima fase di riprofilatura per il raggiungimento di una geometria di equilibrio, raggiunta la quale, la configurazione risulta più stabile. Tra i cinque profili di riferimento, quello con potenziali criticità è quello centrale (profilo 3), in posizione più avanzata rispetto agli altri, ove, nella configurazione di progetto e considerando una composizione della spiaggia con sedimento di 2mm, si osserva un significativo arretramento della linea di riva, fino ad oltre 10m e un contestuale approfondimento verticale fino

a circa 3m.Tali indicazioni hanno consentito di indirizzare la progettazione dell'opera di difesa alla passeggiata.

Per la simulazione delle dinamiche di risalita dell'onda sull'arenile (run-up) e la quantificazione della tracimazione (overtopping) sempre in concomitanza di mareggiata cinquantennale è stato inoltre utilizzato il nuovo modulo MIKE 3 Wave FM.

Sia dal calcolo dei valori di run-up e di portata di tracimazione, sia dalle mappe di distribuzione dell'altezza d'onda significativa si è potuto verificare in corrispondenza di sette sezioni di controllo rappresentative dell'intero percorso della passeggiata che con l'inserimento della scogliera radente l'impalcato risulta protetto dal moto ondoso con limitati allagamenti, in corrispondenza delle rampe di accesso previste nella porzione centrale della passeggiata.

Il fenomeno di overtopping, riscontrato nella configurazione di stato attuale con stima di portate medie di tracimazione di alcune decine di litri al secondo, per metro lineare, risulta trascurabile con l'inserimento della nuova opera di difesa, mentre in riferimento ai valori massimi delle singole onde, pari a 3-4 $m^3/s/m$ nello stato attuale, si osserva un abbattimento nella configurazione di intervento proposta con valori pari a 0.2-0.1 $m^3/s/m$.

La configurazione futura attenua ulteriormente la fenomenologia.

7 Riferimenti

[1] G. Contento, L. Donatini, G. Lupieri, A. Pedroncini e L. Cusati, «MWM: A 35 years wind & wave high resolution hindcast dataset and an operational forecast service for the Mediterranean Sea,» in *18th International Conference on Ships and Shipping Research, pp. 116-125, ISBN 978-88-940557-1-9*, 2015.

[2] DHI, "Opere di protezione della costa del litorale di Voltri - Studio meteomarino e di dinamica costiera", 22803408-01-00100.docx, Dicembre 2022

[3] HYDRODATA, PE del "Secondo lotto dei lavori relativi alla realizzazione della galleria scolmatrice del Torrente Bisagno in Comune di Genova", 2019

[4] Jeppesen Marine, «CM-93, Global Electronic Chart Database Professional+,» Jeppesen Marine, Norway, 2024.

[5] DHI, «MIKE C-MAP, Extraction of World Wide Bathymetry Data and Tidal Information, Scietific Documentation,» MIKE by DHI, Hørsholm, 2024.

[6] DHI, «MIKE 3 Waves, Scientific Documentation» MIKE by DHI, Hørsholm, 2024.

ALLEGATI

ALLEGATO A

Mediterranean Wind Wave Model

General description of the models' chain

The models and datasets used for the development of the MWM database are:

- the *CFSR* (*Climate Forecast System Reanalysis*) global re-analysis dataset, produced and freely published by NCEP (*National Centers for Environmental Prediction*) (Saha et al, 2010; http://rda.ucar.edu/datasets/ds093.0/index.html#description), hourly (re-forecast) data with a space resolution of 0.5°; these data are used as initial (IC) and boundary conditions (BC) of the *WRF-ARW model* (below);

- the atmospheric model *WRF-ARW – version 3.4.1* (*Weather Research and Forecast - Advanced Research WRF*), model developed by NCAR (*National Center for Atmospheric Research*) (Skamarock and Klemp, 2007; Michalakes et al, 2001; Michalakes et al, 2005); *WRF-ARW* is presently considered among the best state-of-the-art non-hydrostatic meteorological models; it is supported by a massive worldwide community that contributes to its local use and development (http://www.mmm.ucar.edu/wrf/OnLineTutorial/index.htm; http://www.wrf-model.org/index.php);

- the wave model MIKE 21 Spectral Waves (SW) developed by DHI (former Danish Hydraulic Institute) (Sorensen, O.R., Kofoed-Hansen, H., Rugbjerg, M. and Sorensen, L.S., 2004). MIKE 21 SW is among the state of the art wave models, widely used in thousands of offshore and coastal applications worldwide.

In the following a description of the CFSR dataset, the WRF-ARW and the MIKE 21 SW model is given, with specific interest to the implementation adopted in MWM.

CFSR Dataset

The CFSR dataset (Fig. A.1) is the result of a long and complex process performed by NCEP, an ensemble of nine weather prediction centers in the United States belonging to the NWS (*National Weather Service*) of the NOAA (*National Oceanic and Atmospheric Administration*). The simulation, completed in 2011, is based on a global atmospheric numerical model including atmosphere-ocean and sea-ice couplings, with a systematic ingestion of both conventional (point) and satellite observations with data assimilation procedures.

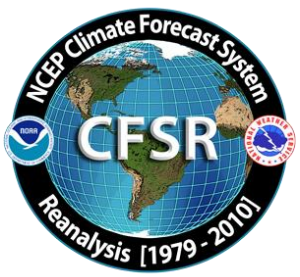


Figure A.1

The CFSR now covers a 35-year period from 1979 to 2013 (included) and is continuously updated with new recent data. The simulations were performed as 9 hours forecast simulations, initialized 4 times a day (at 00:00, 06:00, 12:00 and 18:00) between the 6-hourly re-analysis frames. The

results of these simulations, gathered in the CFSR dataset, consist in complete atmospheric data over ocean and lands with a one hour time resolution and a 0.5° horizontal resolution, while the vertical resolution changes greatly amongst the atmospheric variables, spanning from the single surface value up to values at 64 different isobaric levels.

MWM dataset ingest the 6-hourly CFSR data, specifically the *ds093.0* dataset.

Chawla et al (2013) presented a thorough analysis of the *CFSR* dataset against satellite and oceanic buoys data. The final goal of that study is the use of the U_{10} wind data from the *CFSR* dataset as the forcing term of *WWIII* to generate wave fields at global scale, without any assimilation of wave data. The analysis of the *CFSR* dataset shown in that paper includes the intrinsic performance of the model in terms of the seasonal and annual variability of the percentiles. A moving average is applied to smooth the altimeter data from the satellites and from the buoys. The normalized percentiles ("...normalized with the wind speeds at corresponding percentiles from the altimeters") computed over the satellite tracks exhibit an oscillatory behavior, never below 0.93 or 0.90 in the Northern and Southern hemisphere respectively. From that analysis, the wind and wave *CFSR* and *WWIII* data compare very well with satellite data in terms of normalized percentiles. The Q-Q plots at selected offshore buoys are generally good or very good, with some unexpected variations from case to case for some buoys close to the coast, with even a contradictory behavior between U_{10} and H_s in some locations.

The analysis of the wind field of the *CFSR* dataset is far beyond the scope of the present work but still some checks have been done in specific cases, like the event of November 1999 in Trieste (Italy). The performance of a local area model is directly related to the information contained in the global model used as boundary and initial conditions; Fig. A.2 after Contento et al (2014) shows the wind speed for the case of November 1999 in Trieste (Northern Adriatic Sea - Italy); the red dots are experimental data by NOAA (http://gis.ncdc.noaa.gov/map/viewer/#app=cdo&cfg=cdo&theme=hourly&layers=1&node=gis); the yellow line corresponds to the re-analysis data *CFSR d093.0* (Saha et al, 2010; http://rda.ucar.edu/datasets/ds093.0/index.html#description) interpolated at the same position of the station; the blue dots are related to a fully certified and verified measurement station of the Regional Agency for the Environment Protection (ARPA FVG-OSMER, http://www.osmer.fvg.it/home.php) located few meters far from the station used by NOAA (http://gis.ncdc.noaa.gov/map/viewer/#app=cdo&cfg=cdo&theme=hourly&layers=1&node=gis); the cyan line corresponds to the present hindcast dataset (model *WRF-ARW*). It is rather evident that the CFSR dataset ingests the experimental data from NOAA but there are some non-negligible discrepancies between the two experimental datasets (private communication with ARPA FVG-OSMER - Regional Agency for the Environment Protection – Friuli Venezia Giulia Region, Italy). In this case the local model *WRF-ARW* is able to develop the local wind field and matches correctly the measurement by ARPA, irrespective of the wrong assimilated data as BC and IC; this, however, cannot be always guaranteed.

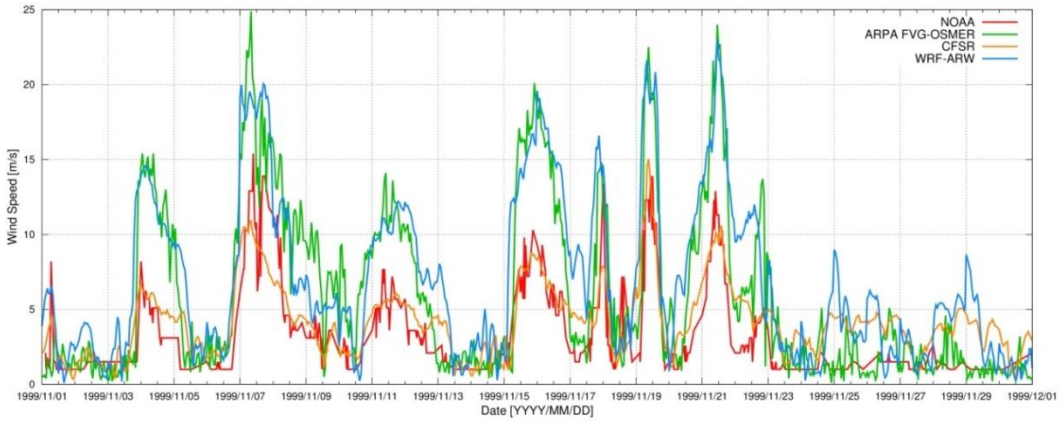


Figure A.2 Comparison between measured wind speed at two ground neighbor (few meters from each other) stations in Trieste (Italy - Northern Adriatic Sea) from the database of NOAA

(http://gis.ncdc.noaa.gov/map/viewer/#app=cdo&cfg=cdo&theme=hourly&layers=1&node=gis) (red line) and from ARPA-FVG OSMER (http://www.osmer.fvg.it/home.php) (blue line). Model data from *CFSR* (Saha et al, 2010) (yellow line) and the present simulations with *WRF-ARW* (cyan line) are overlapped.

The scope of these checks was solely to verify the sensitivity of the *CFSR* wind pattern to a complex steep geographic area facing the sea. The eastern coast of the Adriatic Sea is just an example among many others. The availability of certified wind data from the local Regional Agency for the Environment Protection – Friuli Venezia Giulia (ARPA FVG-OSMER, http://www.osmer.fvg.it/home.php) related to ground stations and to a fixed station in the middle of the Gulf of Trieste (Northern Adriatic Sea *http://www.ts.ismar.cnr.it/node/84*]), helped a lot in defining the set-up of the local area meteorological model. The aim of the set-up process was to let the model *WRF-ARW* develop mesoscale and local weather structures, thus using a domain large enough to develop these structures, but at the same time avoiding the use of too large a domain that may lead to a model drift from the experimental data. These undesired effects were observed along the entire Adriatic Sea, specifically on the eastern side (Contento et al, 2011; Contento et al, 2014).

WRF-ARW meteorological model

The WRF model is an open source mesoscale to microscale atmospheric model developed by the American atmospheric research center NCAR in cooperation with many other meteorological institutions. It is largely used worldwide for both atmospheric research and forecast or hindcast purposes due to its ability to perform atmospheric simulations over a wide range of length scales spanning from less then 1 kilometer to thousands of kilometers. This flexibility is further increased by its capability of performing two way coupled nested runs.

The WRF modelling system includes a pre-processor system (WPS), a data assimilation system (WRF-DA) and the dynamic solver. During this work the ARW dynamic solver, developed and maintained by the Mesoscale and Microscale Meteorology Division of NCAR, has been used. The ARW dynamic core is a fully compressible and non-hydrostatic model, based on a terrain-following hydrostatic pressure vertical coordinate system and on an Arakawa C-grid staggered evaluation of the vector quantities. The solver uses high order time integration and 3-D advection schemes.

The WRF model works internally with NetCDF files, a self-describing and machine-independent data format particularly suitable for the manipulation of long arrays of scientific data.

A WRF-ARW model run is a quite complex process, since it involves several different steps to be run in a precise order. First of all, WRF requires boundary and initial conditions; these conditions can be supplied by the GRIB files obtained from the CFSR dataset files described in CISL RDA: NCEP Climate Forecast System Re-analysis (CFSR) 6-hourly Products, January 1979 to December 2010." [Online] Available at http://rda.ucar.edu/datasets/ds093.0/index.html#description

GRIB files needed to cover completely the whole simulated period must be fed to the model to complete the simulation process successfully.

Moreover, since the atmosphere behaviour is strongly dependent on the soil characteristics, detailed data about these characteristics must be fed to the model too in order to let it develop the local weather phenomena correctly. However, there is no need to produce this type of data since suitable 30" resolved geographic data are included in the default WRF pre-processing (WPS). Since these data are time-independent they need to be downloaded only once, and they remain valid for every simulation unlike the GRIB files. Actually, some of the parameters contained in the geographic data cannot be considered as completely time-independent; in fact, some of the parameters show a time dependence which, however, is limited to seasonal changes, e.g. the

reduced vegetation cover in winter. The possible seasonal variability of the geographical parameters is included in the geographical data archive of WPS.

A complete WRF-ARW simulation needs the WPS (*WRF Pre-processor System*) to be run before the numerical solver (*wrf.exe*). The WPS pre-processor system deals with both the domain set-up and the preliminary input manipulations; it is composed by three main executables carrying out different tasks:

- *geogrid.exe* is responsible for the definition of the horizontal grid as well as for the interpolation of the geographic data on the user-defined grid. When performing nested runs, the *geogrid.exe* run produces a NetCDF file *geo_em.dxx.nc* containing the grid and geographic data for each domain, where xx stands for the code of the domain (01, 02, …).

- *ungrib.exe* is responsible for the decoding of the input GRIB files used as initial and boundary conditions. The GRIB files, which need to be linked to the work directory of WPS by means of the script *link_grib.csh*, are "ungribbed" and rewritten in an intermediate format suitable for further manipulations, excluding all the fields not needed for the following model run.

- *metgrid.exe* is responsible for the horizontal interpolation of the intermediate input files produced by ungrib.exe on the grid defined by geogrid.exe. Moreover, the geographic data contained in the *geo_em* files are ingested by metgrid and written on its output files. The output of metgrid.exe is in fact composed by the NetCDF files *met_em.dxx.YYYY-MM-DD_HH:00:00.nc*, each containing the interpolated boundary conditions and geographic data for the xx domain and for every timestep of the supplied GRIB files. In the case considered, as the CFSR dataset is composed of hourly data, the produced *met_em* files are hourly spaced too.

The whole WPS process is controlled by a single external configuration file: *namelist.wps*, which contains the user specified parameters defining the time length and the domain of the simulation as well as the time and space resolutions.

An additional manipulation is needed before launching the actual solver: the NetCDF data produced by metgrid.exe must be vertically interpolated onto the user- defined vertical levels of the WRF simulation. This task is performed by the *real.exe* executable, which, despite actually being a pre-processing routine, is not included in the WPS system. The real.exe run finally produces the NetCDF files needed by the bare solver: *wrfinput_dxx* and *wrfbdy_dxx*, containing respectively, for each of the nested domains under simulation, the initial condition inclusive of the domain geographic data and the boundary conditions forcing the domain over time.

The last step of a WRF-ARW model simulation is the *wrf.exe* solver run which performs the numerical integration and produces the final output files *wrfout_dxx_YYYY-MM-DD_HH:MN:SS,* one for each simulated domain and for every temporal frame in the total simulated period. Each wrfout file contains therefore the complete atmospheric variables set calculated by the ARW solver for every point of the user defined simulation 3-D grid at a single temporal frame.

Both real.exe and wrf.exe are controlled by *namelist.input*, an external configuration file gathering the user defined parameters regarding the vertical resolution of the simulation, the atmosphere microphysical parameters and, again, the time / length scales and resolutions of the simulation.

A script that makes all steps involved automatic in a WRF-ARW simulation procedure, from the set-up of the configuration files to the archiving of output files, was developed and tested extensively.

The above depicted working scheme is summarized in Figure A.3:

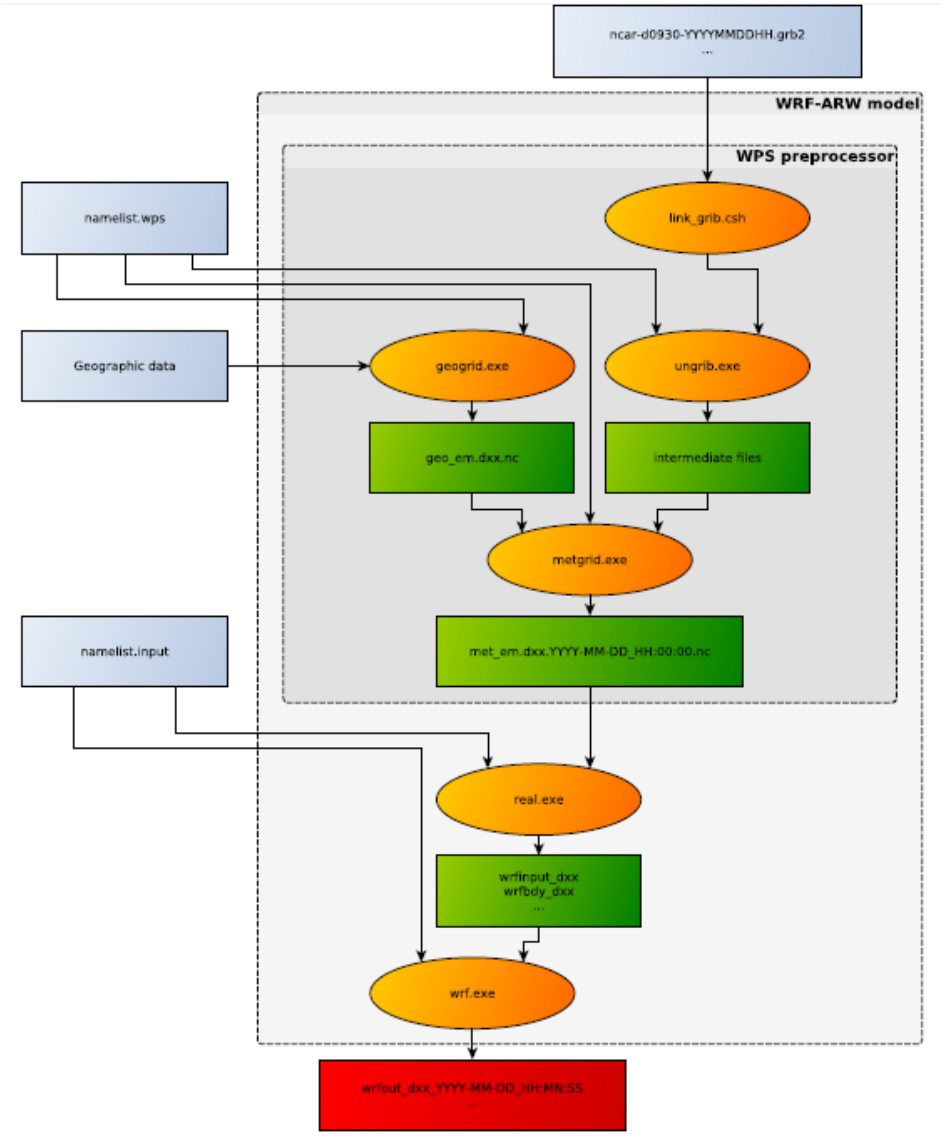


Figure A.3 Working scheme of the WRF-ARW model.

WRF-ARW domains, resolution, set-up in MWM

The preliminary set-up and tuning of the met-ocean models chain was performed simulating the month of November 1999, chosen for the remarkable number of very intense storms occurred over the Mediterranean Sea. The second step, before running the entire period 1979-2013, was done simulating one complete year, from November 1999 to October 2000, relying on 41 ground stations along the Mediterranean coast and 25 wave buoys for comparison. The results obtained in these steps are summarized in Contento et al. (2014), Contento et al. (2012-2014) and Donatini (2013).

The two-steps set-up started with the meteorological model *WRF-ARW*, adopting different configurations (domain size, resolution, run length, spin-up time) and comparing the wind speed and direction with observational data from ground stations. Since the *CFSR* (Saha et al, 2010) re-analysis dataset reproduces large scale events correctly, after several tests the final decision was to adopt three relatively small, overlapping domains, which cover respectively the Western, Eastern and Central Mediterranean Sea (Fig. A.4). Hereafter these domains will be referred as MEW, MEE and MEC respectively. The wind field obtained from the 3 domains was merged in a

single dataset by a bi-linear interpolation on a Lat-Lon grid and by a linear blending of the results inside the two overlapping zones (Fig. A.4).

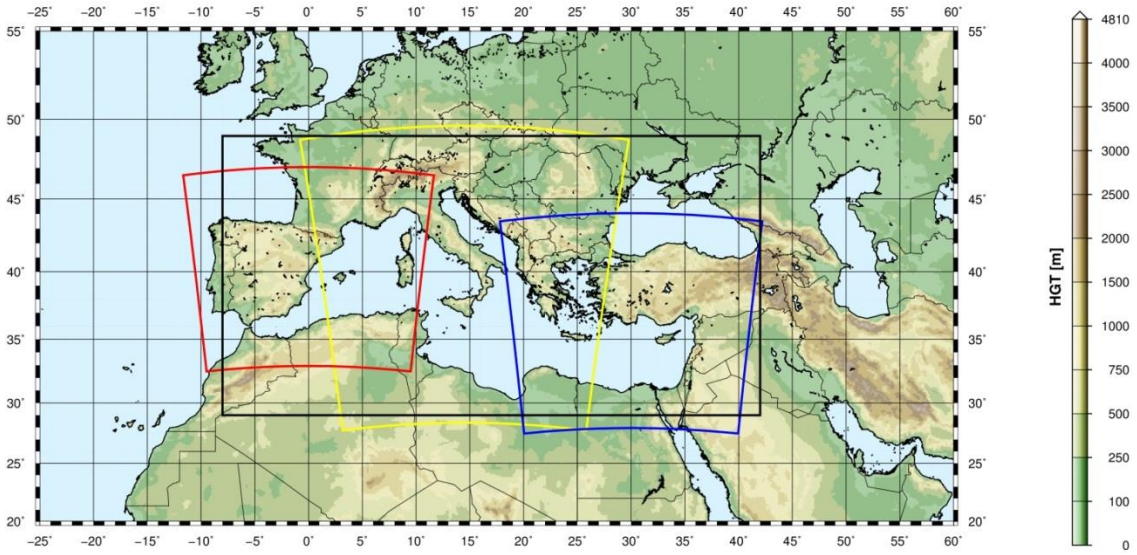


Figure A.4 WRF-ARW domains (red=domain MEW, yellow=domain MEC, blue=domain MEE) and interpolation/blending domain (black line).

The horizontal resolution of *WRF-ARW* was set to 10.53 km, with a grid ratio to the *CFSR* re-analysis data of 1:5 approximately. An additional domain (ITN) with a resolution of 3.51 km was run over Northern Italy as a nested domain of MEC.

The time length of the model run, in terms of hours simulated continuously between two consecutive model initializations with *CFSR* frames,proved to be among the most important parameters that influence the quality of the results. Keeping a small run length reduces the risk of model drift. On the other hand, shortening it excessively may lead to a too constrained behavior of the model, which prevents the correct development of the mesoscale weather structures. The problem of the model drift proved to be particularly tough over the Adriatic Sea where the orography is rather complex and the North-Eastern wind (Bora) can occasionally reach the speed of 150 km/h or more in very narrow zones.

A spin-up time window was used in order to let the model *WRF-ARW* ingest and process the coarser initial conditions from *CFSR*, thus letting it evolve and develop local weather structures. This spin-up window was overlapped with the tail of the previous run so that the data of the simulation during the spin-up window were discarded. The time length of this overlapping window is typically of few hours.

The Mediterranean Sea is a very complex basin from the meteorological point of view, with violent storms usually characterized by a short duration. The two examples given below show the importance of resolving the large space and time gradients of the variables.

Fig. A.5 shows a typical winter wind pattern (from the present simulations, 5 December 2009). The well-known 3 major narrow gates of the “Bora” wind over the Adriatic Sea are well captured by the model, i.e. Trieste (Italy), Rijeka and Sibenik (Croatia). The reference distance of these large variations is of 1° at most.

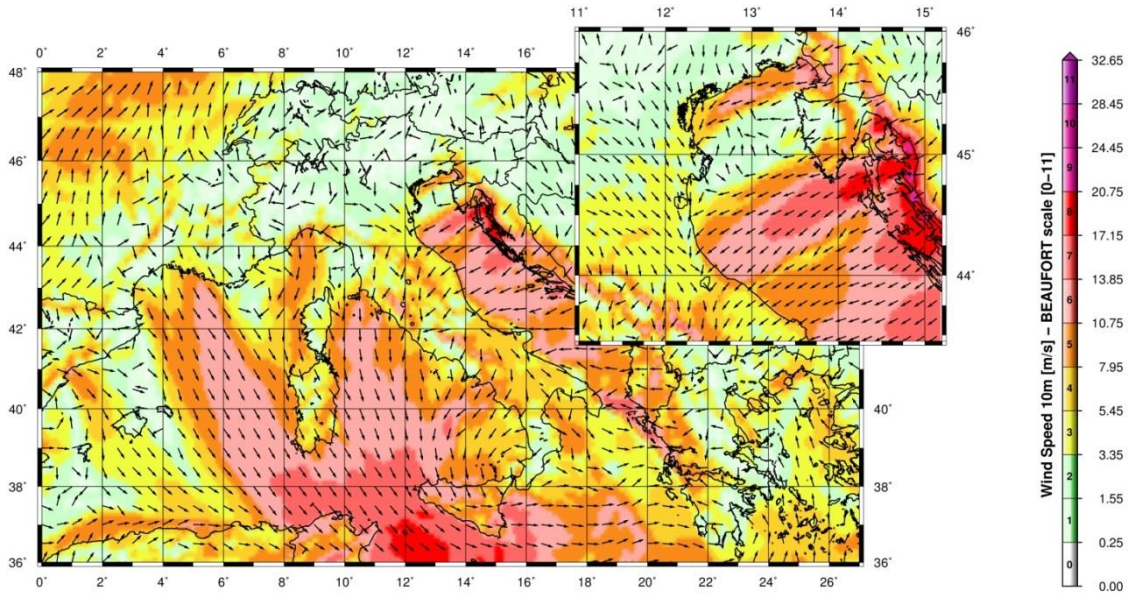


Figure A.5 A typical winter wind pattern over the Mediterranean Sea (from the present simulations, 5 December 2009). The well-known 3 major narrow gates of the "Bora" wind over the Adriatic Sea are well captured by the model, i.e. Trieste (Italy), Rijeka and Sibenik (Croatia). The upper-right figure shows a zoom over the Northern part of the Adriatic Sea (Istria peninsula).

Fig. A.6 (Contento et al., 2011) shows the time series of the wind speed during a squall event occurred on August 2008 in the Gulf of Trieste that caused the loss of two human lives and damages in the main harbor. The squall lasted about 10 min reaching more than 20 m/s from an almost calm situation. The red line corresponds to the results of the operational forecast meteorological model *WRF-ARW* run at that time by some of the authors of this work for ARPA FVG-OSMER, http://www.osmer.fvg.it/home.php. The black line corresponds to the measurement at the station PALOMA (45° 37' 06" N, 13° 33' 55" E) [*http://www.ts.ismar.cnr.it/node/84*]. The station is a fixed pole in the middle of the Gulf of Trieste. The measured wind speed is 5 min averaged with 5 min samples. The time step of the model is approximately 13 s. This situation is not uncommon in the Adriatic zone, mostly during the summer, with violent fronts from North and North-West then rotating to North-East.

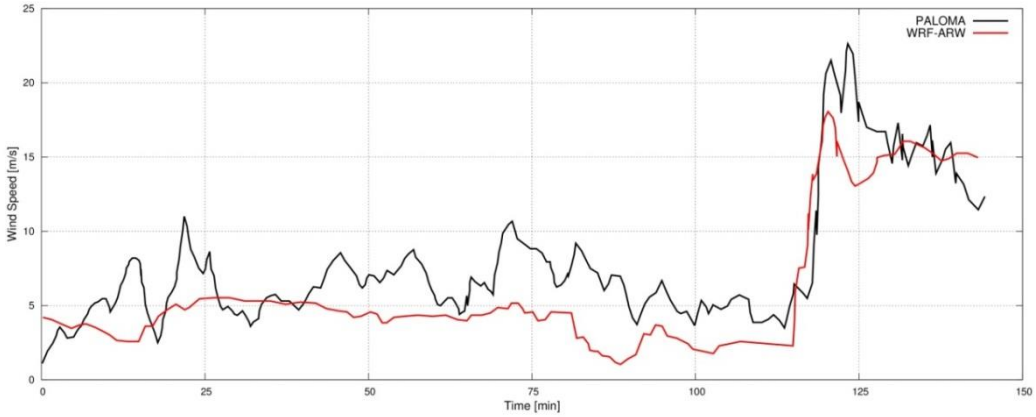


Figure A.6 Time series of the wind speed during a squall event occurred on August 2008 in the Gulf of Trieste. The squall lasts about 10 min reaching over 20 m/s from an almost calm situation. The red line corresponds to the results of the operational forecast meteorological model *WRF-ARW*. The black line corresponds to the measurement at the measurements station PALOMA (45° 37' 06" N, 13° 33' 55" E) [*http://www.ts.ismar.cnr.it/node/84*]. The measured wind speed is 5 min averaged with 5 min samples. The time step of the model is approximately 13 s.

MIKE 21 SW wave model

The wave modeling system includes the state of the art third generation spectral wind-wave model MIKE 21 SW, developed by DHI. MIKE 21 SW simulates the growth, decay and transformation of wind-generated waves and swell in offshore and coastal areas.

MIKE 21 SW includes two different formulations:

- Directional decoupled parametric formulation
- Fully spectral formulation

and includes the following physical phenomena:

- Wave growth by action of wind
- Non-linear wave-wave interaction
- Dissipation due to white-capping
- Dissipation due to bottom friction
- Dissipation due to depth-induced wave breaking
- Refraction and shoaling due to depth variations
- Wave-current interaction
- Effect of time-varying water depth

The discretization of the governing equation in geographical and spectral space is performed using cell-centered finite volume method. In the geographical domain, an unstructured mesh technique is used. The time integration is performed using a fractional step approach where a multisequence explicit method is applied for the propagation of wave action.

For the production of the MWM database, the fully spectral formulation has been adopted, based on the wave action conservation equation, as described in e.g. Komen et al. and Young where the directional-frequency wave action spectrum is the dependent variable.

The time integration of the governing equations is done by using a dynamically determined time step. The time step is determined in order to verify the stability criteria (CFL number).

The only driving force is represented by the two components of wind fields U10 and V10, (x and y component of wind at the elevation of 10m). The process by which the wind transfers energy into the water body for generating waves is controlled by a uncoupled air-sea interaction.

The spectral discretization adopted in the wave model has been deeply investigated and the final configuration is able to guarantee at the same time a high level of accuracy of the results and a reasonable computational effort.

The model domain covers the whole Mediterranean Sea but the spatial resolution is not the same everywhere: while in the offshore areas the spatial resolution is around 0.1°, when approaching the coast the spatial resolution increases up to around 0.03°.

The wave model is forced by the wind fields coming from the WRF Atmospheric models, illustrated above. The wave model generated results in terms of wave parameters (Significant Wave Height, Wave Periods, Wave Directions, etc.) over the whole domain and, in addition, spectral parameters in predefined output locations have been stored, too.

MIKE 21 SW domain, resolution, set-up in MWM

The model domain, covering the entire Mediterranean Sea, is illustrated in Figure A.7.

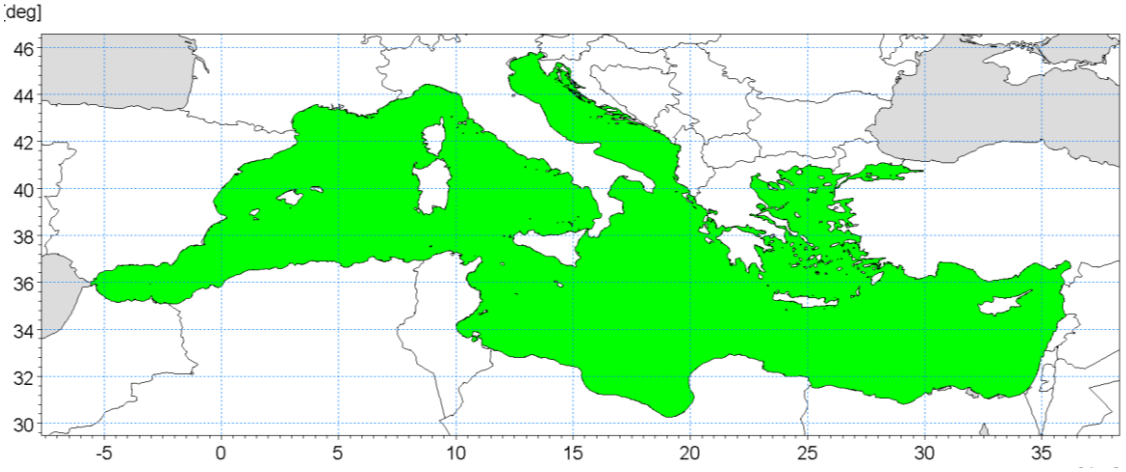


Figure A.7 Wave model domain filled in green

The unstructured mesh, generated over the entire domain by means of a specific tool included in MIKE 21 package, is characterized by different resolutions (in terms of mean length of triangle sides) over the domain. In particular the following criteria have been adopted:

- a coarser resolution of 0.1° (about 10 Km) is used for offshore areas;
- a finer resolution of 0.03° (about 3 Km) has been adopted in shallow water areas, where bathymetry is less than 100m depth or, in coastal areas characterized by very steep profiles, where the distance from the coastline is less than 5÷10 Km.

Figure A.8 illustrates the computational mesh of the Mediterranean wave model.

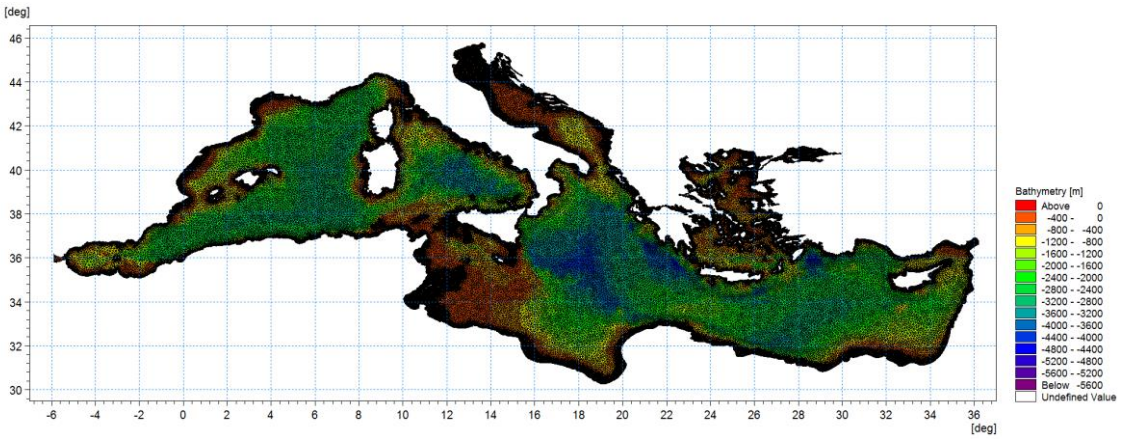


Figure A.8 - Mediterranean wave model computational mesh

Figure A.9 illustrates a detail of the above computational mesh, with special focus on the Adriatic Sea.

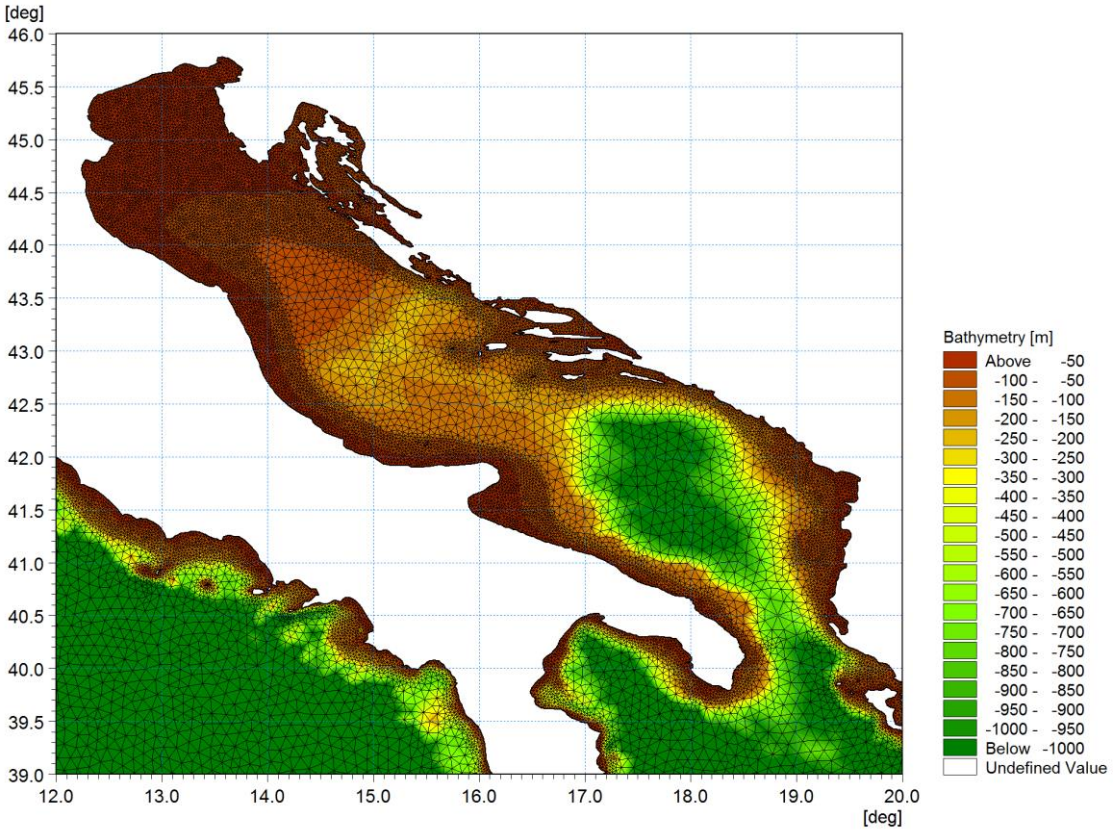


Figure A.9 - Detail of the mesh – Adriatic Sea

Scatter bathymetry data have been derived from GEBCO_08 database. The GEBCO_08 Grid is a 30 arc-second grid of global elevations and it is a continuous terrain model for ocean and land. The grid was generated by combining quality-controlled ship depth soundings with interpolation between sounding points guided by satellite-derived gravity data.

The gridded data are stored in a netCDF data file. Grids are stored as one dimensional arrays of 2-byte signed integer values. The complete data sets provide global coverage. Each data set consists of 21,600 rows x 43,200 columns, resulting in a total of 933,120,000 data points. The data start at the Northwest corner of the file, i.e. for the global file, position 89°59'45"N, 179°59'45"W, and are arranged in latitudinal bands of 360 degrees x 120 points/degree = 43,200 values. The data range eastward from 179°59'45"W to 179°59'45"E. Thus, the first band contains 43,200 values for 89°59'45"N, then followed by a band of 43,200 values at 89°59'15"N and so on at 30 arc-second latitude intervals down to 89°59'45"S. Data values are pixel centred registered, they refer to elevations at the centre of grid cells.

Figure A.10 illustrates GEBCO_08 scatter data for the entire area of the Mediterranean Sea.

GEBCO scatter data have not been used in the whole domain of the Mediterranean Sea. Following a detailed check of agreement and discrepancies between GEBCO database and nautical charts, it has been assumed to limit the use of GEBCO database for offshore areas (up to 500 m water depth) and to use nautical charts for shallower water areas (mainly coastal areas).

The nautical charts database which has been used is the CM93/3 database from CMAP.

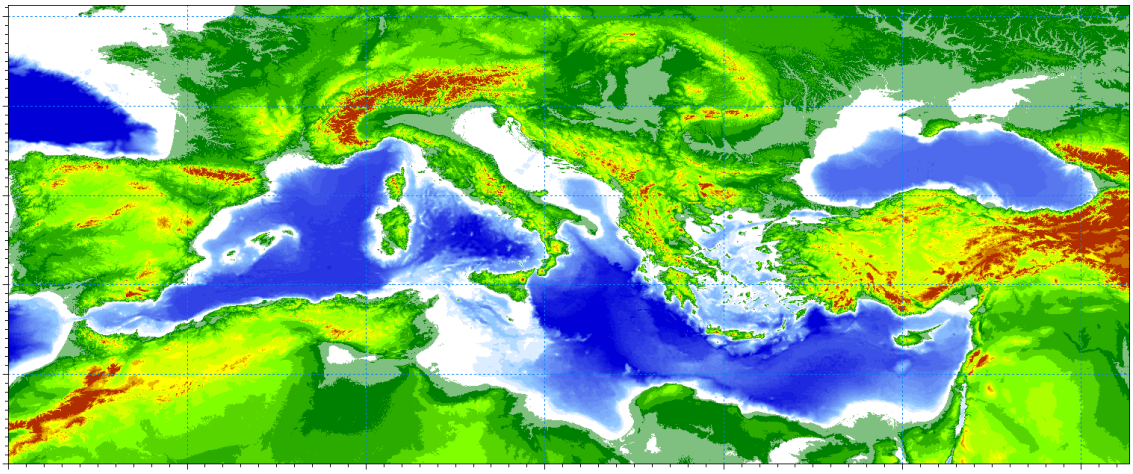


Figure A.10 - Scatter bathymetry data derived from GEBCO_08 database

The number of discrete frequencies and directions form the so called “spectral resolution”, which is a key parameter for wave models in general. The number of discrete frequencies and directions should in fact be high enough to properly represent the “real shape” of the wave spectrum and, on the other hand, it can’t be too high, since it would lead to unacceptable computational times and memory consumption.

In terms of frequency range, the minimum frequency f_{min} (which corresponds to the maximum wave period T_{max}, according to the common relation $= \frac{1}{T}$) should be able to capture the longest wave periods that can occur in the Mediterranean Sea.

The analysis of ordinary and extreme waves in the Mediterranean Sea (from available data of wave buoys) has highlighted that almost all the wave energy associated to waves in the Mediterranean Sea are associated to wave periods between 1.5 seconds and 20 seconds.

In addition, a logarithmic distribution for the discrete frequencies acts better than a simple linear distribution, since most of the wave periods are concentrated below 8-10 seconds. A number of frequencies around 30 is widely considered as adequate for a proper discretization of wave energy spectra in the Mediterranean Sea. The following formulation has therefore been adopted:

$$f_{n=}0.04 \cdot \ 1.1^{n},$$

where n goes from 0 to 29 (30 frequencies in total). The discrete frequencies range from 0.04 Hz to 0.63 Hz (from 1.6s to 25.0s of Mean Wave Period T_m).

Also the choice of the number of discrete directions (directional discretization) is the result of detailed investigations and tests. In particular, a high number of wave model tests, each one characterized by a different spectral resolution (directional), i.e. by a different number of discrete directions have been setup and run.

Few examples of the results of the above model tests are illustrated from Figure A.11 to Figure A.13 in terms of short time series of wave heights extracted at 3 different locations where also measurements were available (La Spezia wave buoy, Ponza wave buoy, Cetraro wave buoy).

In all the below test cases, it appears that the two time series of wave height characterized by 24 and 36 discrete directions are almost coincident. Higher discrepancies can be found for a much limited number of discrete directions (12). After a high number of tests, the 24 directions solution has been assumed as a very good compromise between accuracy of results and computational time (the computational time of the wave model is linearly dependent on the number of discrete directions).

Provided that wave directions can vary within the 360° rose, the directional resolution of the wave model is 360°/24 = 15°

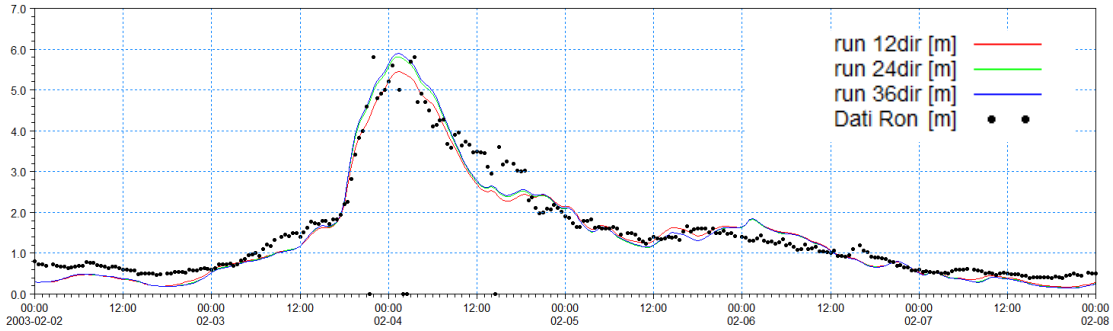


Figure A.11 - Time series of wave height at La Spezia buoy location for 3 different numbers of discrete directions

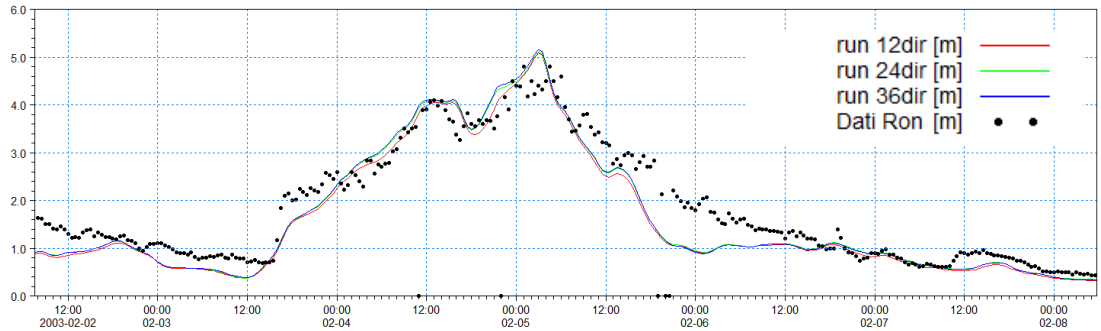


Figure A.12 - Time series of wave height at Ponza buoy location for 3 different numbers of discrete directions

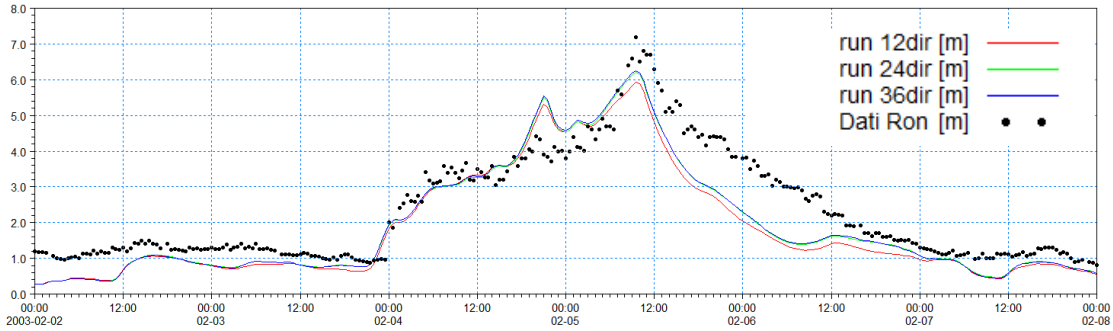


Figure A.13 - Time series of wave height at Cetraro buoy location for 3 different numbers of discrete directions

Available products of the MWM database

The results of the wind and wave model are stored, in the whole domain, in terms of wind parameters and wave parameters averaged over the wave period ("phase averaged results"). In particular, the following hourly time series are available:

- Wind speed, WS [m/s]
- Wind direction, WD [deg]
- Significant Wave height, Hs [m]
- Mean wave period, Tm [s]
- Peak wave period, Tp [s]
- Zero crossing period, Tz [s]
- Mean wave direction, MWD [deg]
- Peak wave direction, PWD [deg]
- Directional standard deviation, DSD [deg]

In addition, hourly spectral results (in terms of wave energy associated to the frequency-direction bins) are saved on a regular grid with an equidistant spatial resolution of 0.1°.

Figure A.14 and Figure A-15 illustrate respectively an example of phase averaged results over a portion of Mediterranean Sea (Hs) and an local example of spectral results.

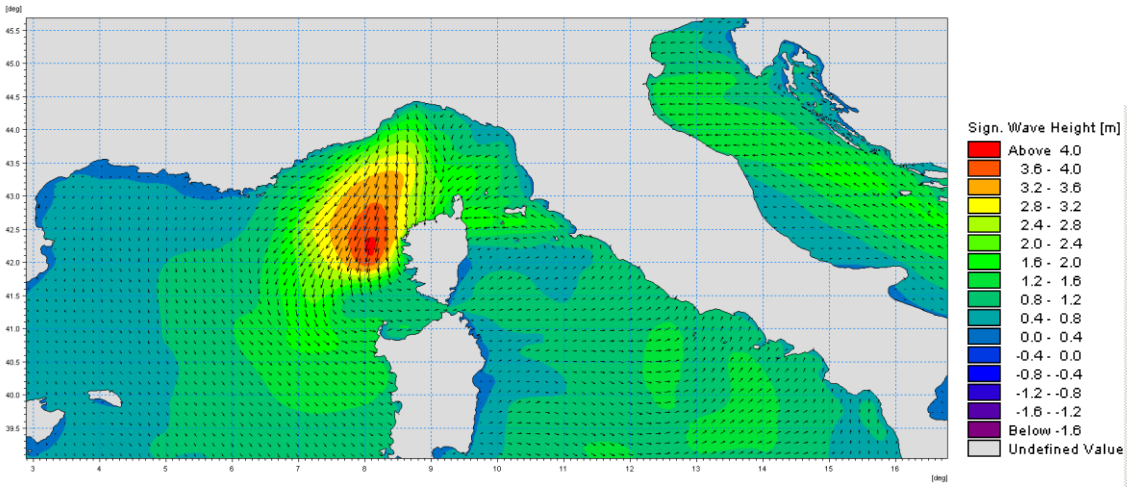


Figure A.14 Phase averaged results: Field of significant wave height and direction

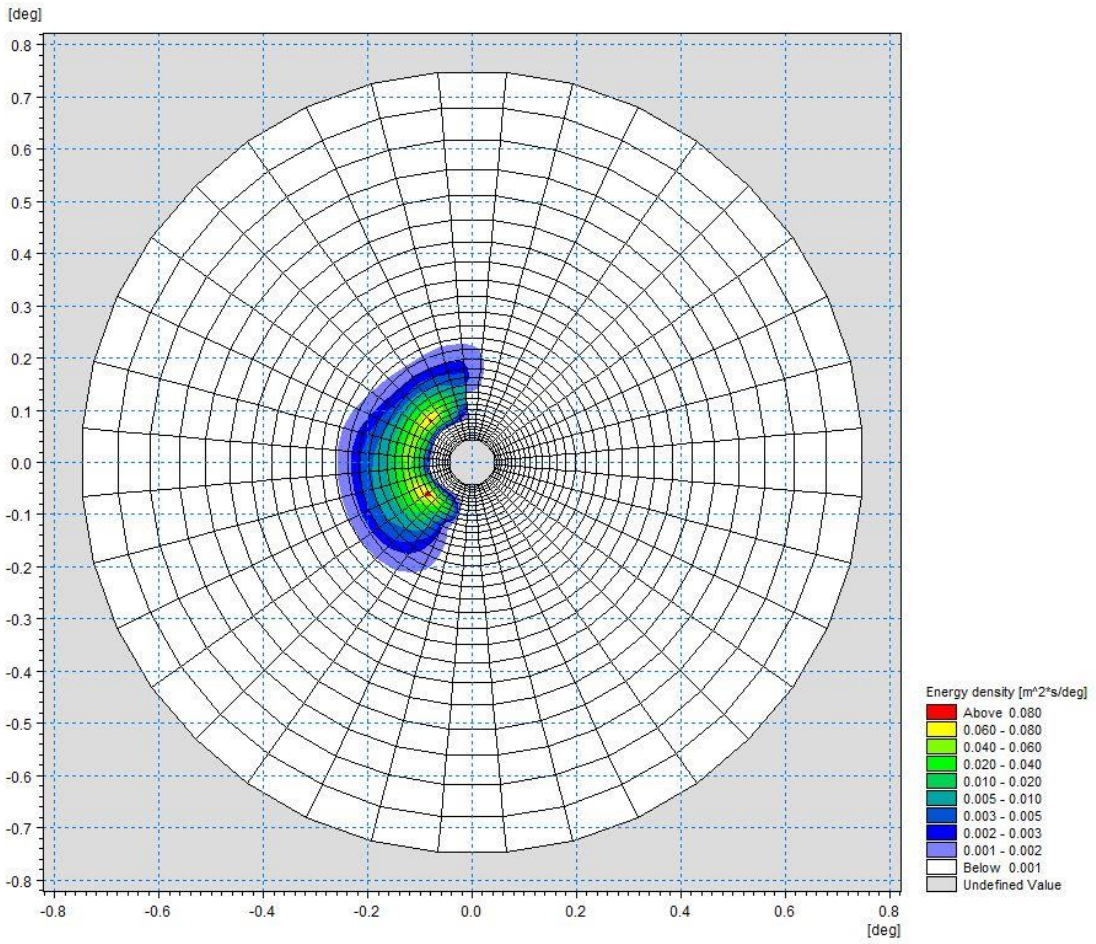


Figure A.15 Polar plot of spectral results. Wave energy density (coloured contours) as a function of directions (angular coordinate) and frequencies (radial coordinate)

References

Ardhuin, F., Bertotti, L., Bidlot, J.R., Cavaleri, L., Filipetto, V., Lefevre, J.M,, Wittmann, P., 2007, Comparison of wind and wave measurements and models in the Western Mediterranean Sea. *Ocean Engineering*, Vol. 34, pp. 526-541.

Athanassoulis, G., Stefanakos, Ch., Cavaleri, L., Ramieri, E., NoEL, C., Lefevre, J.M., Gaillard, P., 2004, RTP 10.10 / WW_MEDATLAS Scientific Report.

Battjes, J.A., Janssen, J.P.F.M., 1978, Energy loss and set-up due to breaking of random waves, Proceedings, 16th Int. Conf. Coastal Eng., ASCE, pp.569-587.

Bolaños-Sanchez, R., Sanchez-Arcilla, A., Cateura, J., 2007, Evaluation of two atmospheric models for wind-.wave modeling in the NW Mediterranean. *Journal of Marine Systems* 65:336-353.

Cavaleri, L., Bertotti, L., 2004, Accuracy of the modelled wind and wave fields in enclosed seas. Tellus, Vol. 56, pp. 167-175.

Cavaleri, L., 2005, The wind and wave atlas of the Mediterranean Sea – the calibration phase. *Advances in Geosciences*, Vol. 2, pp. 255-257.

Cavaleri, L., Sclavo., M., 2006, The calibration of wind and wave model data in the Mediterranean Sea. Coastal Engineering, Vol.53, pp. 613-627.

Chawla, A., Spindler, D.M., Tolman, H.L., 2013, Validation of a thirty year wave hindcast using the Climate Forecast System Reanalysis winds, Ocean Modelling, Vol. 70, pp. 189-206.

Contento, G., Lupieri, G., Venturi, M. Ciuffardi, T., 2011, A medium-resolution wave hindcast study over the Central and Western Mediterranean Sea, *Journal of Marine Science and Technology*, Vol. 16(2), pp. 181–201.

Contento, G., Lupieri, G., Donatini, L, Feudale, L, Pedroncini, A., Cusati, L.A., 2014, A state-of-the-art met-ocean model chain for wind&wave hindcast over the Mediterranean and Black Seas: implementation, tuning and validation against field data, accepted for presentation at the 21th Symposium Theory and Practice of Shipbuilding SORTA 2014, Oct. 2-4, 2014, Baška, Island of Krk, Croatia.

Contento, G., Lupieri, G., Donatini, L, 2012-2014, Project SEAPOL - Sistema modellistico ad Elevata risoluzione per l'Analisi storica e la Previsione del moto Ondoso nel mar Ligure, Department of Engineering and Architecture, University of Trieste, Technical Reports codes SEAPOL_UT_1.1.0 to SEAPOL_UT_5.1.0.

Donatini, L., 2013, Implementation of a state-of-art met-ocean model chain for hindcast wave simulations over the Mediterranean Sea and comparison of results with field data, Master Degree Thesis, Department of Engineering and Architecture, University of Trieste, Italy.

Donatini, L., Lupieri, G., Contento, G., 2014, A medium resolution wind&wave hindcast study for the Mediterranean Sea, Journal Paper, under review.

Hasselmann, K., Barnett, T.P., Bouws, E., Carlson, H., Cartwright, D.E., Enke, K., Ewing, J.A., Gienapp, H., Hasselmann, D.E., Krusemann, P., Meerburg, A., Mueller, P., Olbers, D.J., Richter, K., Sell, W., Walden, H., 1973, Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP). Ergaenzungsheft zur Deutschen Hydrographischen Zeitschrift, Reihe, A(8), 12, 95 pp.

Hasselmann, S., Hasselmann, K., Allender, J.H., Barnett, T.P., 1985. Computations and parametrizations of the nonlinear energy transfer in a gravity-wave spectrum, Part II: Parametrizations of the nonlinear energy transfer for applications in wave models. J. Phys. Oceanogr. Vol. 15, pp. 1378–1391.

ISPRA (formerly APAT), 2004, Agenzia per la Protezione dell'Ambiente e per i servizi Tecnici, Dipartimento Tutela Acque Marine ed Interne, Servizio difesa delle coste, Analisi preliminare dei dati marini lungo le coste italiane – Atlante delle coste – Il moto ondoso al largo delle coste italiane, Technical Report (in Italian). http://www.apat.gov.it/site/_files/Atlante_coste/Introduzione.pdf.

Janssen, P.A.E.M., Abdalla, S., Hersbach, H., Bidlot, J.R., 2007: Error Estimation of Buoy, Satellite, and Model Wave Height Data. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, Vol. **24**, pp. 1665–1677. doi: http://dx.doi.org/10.1175/JTECH2069.1

Michalakes, J., Chen, S., Dudhia, J., Hart, L., Klemp, J., Middlecoff, J., Skamarock, W., 2001, Development of a Next Generation Regional Weather Research and Forecast Model. *Developments in Teracomputing. In Proceedings of the 9th ECMWF Workshop on the Use of High Performance Computing in Meteorology.* Eds. Walter Zwieflhofer and Norbert Kreitz. World Scientific, 269-276.

Michalakes, J., Dudhia, J., Gill, D., Henderson, T., Klemp, J., Skamarock, W., Wang, W., 2005, The Weather Research and Forecast Model: Software Architecture and Performance. In *Proceedings of the 11th ECMWF Workshop on the Use of High Performance Computing in Meteorology.* Eds. Walter Zwieflhofer and George Mozdzynski. World Scientific, 56 - 168.

Ponce del León, S., Guedes Soares, C., 2008, Sensitivity of wave model predictions to wind fields in the Western Mediterranean Sea. *Coastal Engineering*, Vol. 55, pp. 920-929.

Puertos del Estado, Spain, 2009, – (http://www.puertos.es/oceanografia_y_meteorologia/), private communication.

Queffeulou, P., 2004, Long term validation of wave height measurements from altimeters. Marine Geodesy, Vol. 27, 495-510.

Queffeulou, P., Croizé-Fillon, D., 2010, Global altimeter SWH data set, version 7, Technical Report, Ifremer, ftp://ftp.ifremer.fr/cersat/products/swath/altimeters/waves/documentation/altimeter_wave_merge__7.0.pdf

Queffeulou, P., 2009, Altimeter Wave Height Measurements - Validation of Long Time Series.Poster: Ocean Surface Topography Science Team meeting, Seattle, Washington,USA.(http://www.aviso.oceanobs.com/en/courses/oststt/oststt-2009-seattle/posters/).

Saha, S., Moorthi, S., Pan, H., Wu, X., Wang, J., Nadiga, S., Tripp, P., Kistler, R., Wollen, J., Behringer, D., Liu, H., Stokes, D., Grumbine, R., Gayno, G., Wang, J., Hou, Y., Chuang, H., Juang, H., Sela, J., Iredell, M., Treadon, R., Kleist, D., VanDelst, P., Keyser, D., Derber, J., Ek, M., Meng, J., Wei, H., Yang, R., Lord, S., van den Dool, H., Kumar, A., Wang, W., Long, C., Chelliah, M., Xue, Y., Huang, B., Schemm, J., Ebisuzaki, W., Lin, R., Xie, P., Chen, M., Zhou, S., Higgins, W., Zou, C., Liu, Q., Chen,Y., Han, Y., Cucurull, L., Reynolds, R., Rutledge, G., Goldberg, M., 2010, The NCEP Climate Forecast System Reanalysis. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, Vol. 91, 1015–1057.

Skamarock WC, Klemp JB, 2007, A time-split nonhydrostatic atmospheric model for research and NWP applications. *J. Comp. Phys.* Special issue on environmental modeling.

Sorensen, O.R., Kofoed-Hansen, H., Rugbjerg, M. and Sorensen, L.S., 2004: A Third Generation Spectral Wave Model Using an Unstructured Finite Volume Technique. In Proceedings of the 29th International Conference of Coastal Engineering, 19-24 September 2004, Lisbon, Portugal.

Tolman, H.L., 2002a. Alleviating the garden sprinkler effect in wind wave models. Ocean Modelling, Vol. 4, pp. 269–289.

Tolman, H.L., 2002f, Validation of WAVEWATCH III, version 1.15 for a global domain. Tech. Note 213, NOAA/NWS/NCEP/OMB, 33p.

Tolman, H.L., 2008, http://cioss.coas.oregonstate.edu/CIOSS/workshops/Altimeter_workshop_08/Coastal_Alt_Presentations/18_Tolman_Sig_Wave_Ht.pdf

Sorensen, O.R., Kofoed-Hansen, H., Rugbjerg, M. and Sorensen, L.S., 2004: A Third Generation Spectral Wave Model Using an Unstructured Finite Volume Technique. In Proceedings of the 29th International Conference of Coastal Engineering, 19-24 September 2004, Lisbon, Portugal.

Komen,G.J., Cavaleri,L., Doneland,M., Hasselmann,K., Hasselmann,S. and Janssen,P.A.E.M., (1984). Dynamics and modelling of ocean waves. Cambridge University Press, UK, 560 pp.

Young,I.R., (1999). Wind generated ocean waves, in Elsevier Ocean Engineering Book Series, Volume 2, Eds. R. Bhattacharyya and M.E. McCormick, Elsevier.

WAMDI-group: S. Hasselmann, K. Hasselman, E. Bauer, P.A.E.M. Janssen, G.J. Komen, L. Bertotti, P. Lionello, A. Guillaume, V.C. Cardone, J.A. Greenwood, M. Reistad, L. Zambresky and J.A. Ewing, (1988) “The WAM model – a third generation ocean wave prediction model”, J. Phys. Oceanogr., 18, 1775-1810

General Bathymetric Chart of the Oceans (GEBCO) – www.gebco.net

CM-93 Edition 3.0, CM-93/3 - www.jeppesen.com/marine/commercial/professional/

Ole Baltazar Andersen (1995), Global ocean tides from ERS 1 and TOPEX/POSEIDON altimetry, J. of Geophys. Res., 100, C12, p. 25249-25260

Doodson, A. T., Warburg, H. D., 1941 “Admiralty manual of tides”

Web references

ARPA-FVG OSMER, [Online] http://www.osmer.fvg.it/home.php

ARW Online Tutorial.” [Online] Available at http://www.mmm.ucar.edu/wrf/OnLineTutorial/index.htm

CISL RDA: NCEP Climate Forecast System Re-analysis (CFSR) 6-hourly Products, January 1979 to December 2010.” [Online] Available at http://rda.ucar.edu/datasets/ds093.0/index.html#description

NOAA, Hourly/Sub-Hourly Observational Data.” [Online] Available at http://gis.ncdc.noaa.gov/map/viewer/#app=cdo&cfg=cdo&theme=hourly&layers=1&node=gis

The Weather Research&Forecasting Model Website.” [Online] Available at http://www.wrf-model.org/index.php

ALLEGATO B

MIKE 21 Spectral Waves (SW)

MIKE 21

Modello bidimensionale per fiumi, laghi, aree costiere ed offshore



The expert in WATER ENVIRONMENTS

1 PREMESSA

Il MIKE 21 è un programma modulare contenente diversi codici per la simulazione di corpi idrici per i quali sia possibile adottare l'approssimazione idrodinamica bidimensionale, piana, per fluidi verticalmente omogenei. Infatti, il numero "21" che contraddistingue il codice, indica proprio la bidimensionalità nel piano ("2") e la monodimensionalità lungo la verticale ("1").

Il sistema modellistico è stato sviluppato per applicazioni complesse in aree costiere, mare aperto e in corrispondenza di estuari. Tuttavia, essendo un codice di calcolo per la simulazione delle correnti a pelo libero, può essere anche applicato per la simulazione di fenomeni correlati all'idraulica in fiumi, laghi o invasi. I principali campi di applicazione sono:

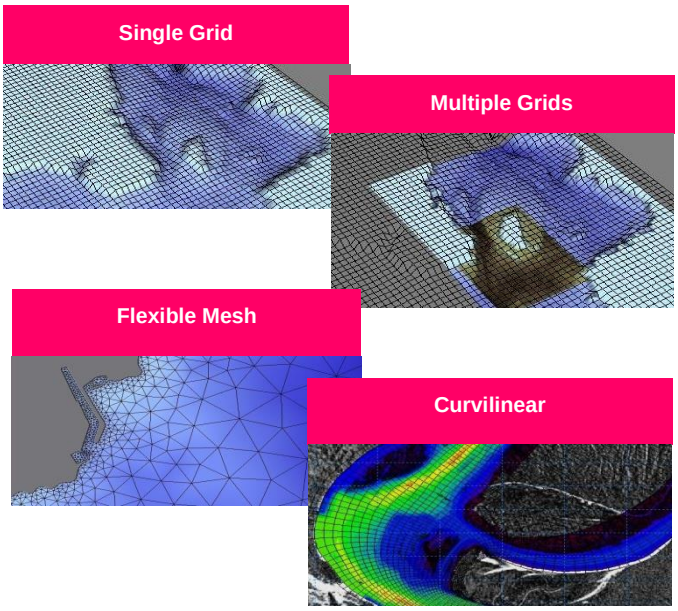
- modellazione idrodinamica del trasporto solido e della qualità delle acque in fiumi,
- laghi ed aree golenali;
- studio del moto ondoso in aree costiere, bacini portuali ed offshore;
- analisi idrodinamica del trasporto solido e morfologica in aree costiere;
- analisi della qualità delle acque al largo e sottocosta;
- supporto alla pianificazione e progettazione di opere costiere ed offshore;
- supporto alla pianificazione e progettazione di opere di difesa fluviale;
- supporto all'ottimizzazione di layout portuali;
- analisi impatto ambientale;
- previsione degli stati di mare a supporto della navigazione;
- analisi di allagamenti in aree costiere e fenomeni di storm surge.

In generale il MIKE 21 offre un ambiente di lavoro completo, efficace e robusto a supporto dell'ingegneria e della pianificazione e gestione territoriale a diverse scale spaziali. La combinazione di un'interfaccia grafica avanzata con un motore di calcolo robusto ed affidabile, frutto di un pluriennale e continuo sviluppo da parte del DHI, rende questo software lo strumento più utilizzato ed efficace per l'ingegneria fluviale e marittima in tutto il mondo.



Il pacchetto MIKE 21 è disponibile in 4 versioni che si differenziano in base alla schematizzazione geometrica adottata:

- **SINGLE GRID** (Griglia singola):le equazioni di continuità e del moto sono risolte con una tecnica implicita alle differenza finite su una griglia rettangolare, uniforme in tutto il dominio di calcolo;
- **MULTIPLE GRID** (Griglia multipla): questo schema utilizza lo stesso approccio della griglia singola, con la possibilità di innestare nel dominio griglie a risoluzione crescente nelle aree ove sia richiesto un maggiore dettaglio;
- **FLEXIBLE MESH** (Griglia flessibile): questo schema utilizza un metodo ai volumi finiti per la discretizzazione delle equazioni di flusso e trasporto con valori centrati sul singolo elemento. Il dominio di calcolo è discretizzato nelle dimensioni orizzontali attraverso una maglia non strutturata. La griglia non strutturata garantisce il massimo della flessibilità nella rappresentazione di geometrie complesse, in particolare per domini di calcolo estesi in cui sia necessario adottare una risoluzione spaziale variabile;
- **CURVILINEAR** (Griglia curvilinea): è la griglia adottata da MIKE 21C, codice di calcolo studiato appositamente per applicazioni di morfologia fluviale.



In campo marittimo e costiero, dove risulta più efficace l' utilizzo della versione FM, il MIKE 21 consente di studiare in modo integrato il moto ondoso (moduli SW, PMS, NSW, BW, EMS), le correnti e le variazioni di livello superficiale (HD), il trasporto solido e la morfologia di sedimenti non coesivi e coesivi (ST, MT), la dispersione di soluti (AD/TR).

L'utilizzo di formati comuni a tutti i codici del mondo MIKE garantisce la possibilità di utilizzare i file di MIKE 21 anche in input ad altri modelli quali LITPACK e MIKE 3.

Infine, attraverso l'utilizzo di EcoLab, MIKE 21 consente di studiare anche i processi più complessi in termini di qualità delle acque, in presenza di composti e reagenti.

2 MODULO D'ONDA (SW)

MIKE 21 SW rappresenta lo stato dell'arte tra i modelli numerici spettrali di nuova generazione per vento ed onde sviluppato da DHI. Il codice di calcolo simula la crescita, la trasformazione e la dissipazione di onde corte e onde lunghe in aree costiere e offshore.

MIKE 21 SW comprende due differenti formulazioni:

- fully spectral formulation;
- directional decoupled parametric formulation.

La prima è basata sulla "wave action conservation equation" sviluppata da Komen et al. (1994) e Young (1999). La seconda, è basata su una parametrizzazione della "wave action conservation equation" introdotta nel dominio delle frequenze. Le equazioni di base sono formulate sia nelle coordinate cartesiane, per domini di calcolo a scala limitata, sia nelle coordinate polari per applicazioni a larga scala. La discretizzazione spaziale delle equazioni di base è effettuata utilizzando l'approccio ai volumi finiti, attraverso l'utilizzo di una mesh di calcolo non strutturata.

Il modello, nella formulazione "fully spectral", include i seguenti fenomeni fisici:

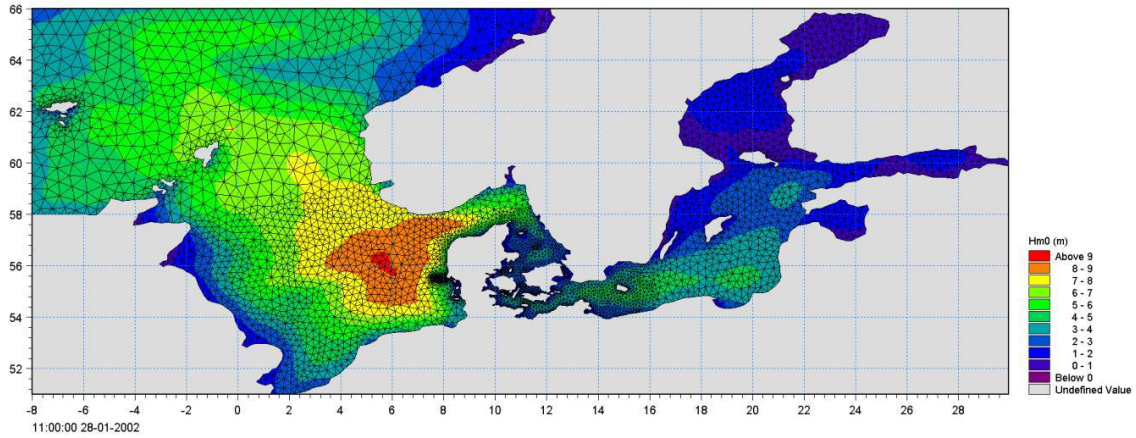
- crescita dell'onda per effetto del vento;
- interazione non lineare tra onde;
- dissipazione dovuta al white capping;
- dissipazione dovuta all'attrito col fondo;
- frangimento dell'onda su profondità limitate;
- rifrazione e shoaling dovuti alle variazioni batimetriche;
- effetto delle variazioni del fondale;
- diffrazione;
- riflessione semplice;

MIKE 21 SW è utilizzato per la valutazione del clima ondoso off-shore ed in aree costiere, per scopi previsionali e analisi storiche. Una tipica applicazione di SW è il supporto alla progettazione di un'opera costiera o portuale, partendo dalla disponibilità di dati meteo marini off-shore (boe ondametriche o modelli a larga scala) individuando il clima ondoso ordinario sotto costa o le condizioni estreme di progetto.



MIKE 21 SW è inoltre utilizzato, sempre a supporto della progettazione di un'opera costiera, come strumento di base del calcolo sia delle correnti sia del trasporto solido litoraneo indotti dall'azione

del moto ondoso. I campi di corrente e di trasporto sono infatti determinati, a partire dai campi di radiation stress forniti in output da MIKE 21 SW, mediante l'utilizzo di altri moduli del pacchetto MIKE21.



EQUAZIONI DEL MODELLO

Fully spectral formulation

L'equazione alla base di MIKE 21 SW è la "wave action balance equation", sviluppata in coordinate cartesiane e sferiche. Tale equazione, in coordinate cartesiane, è indicata di seguito:

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\bar{v} N\right) = \frac{S}{\sigma}$$

dove $N(\bar{x},\sigma,\theta,t)$ è la "density action", t è il tempo, $\bar{x} = (x,y)$ rappresenta le coordinate cartesiane, $\bar{v} = (c_x, c_y, c_\sigma, c_\theta)$ è la velocità di propagazione di gruppo delle onde in quattro dimensioni (x,y,θ,σ). S è il termine di generazione di energia. Le celerità dell'onda sono date dalle equazioni della cinematica lineare:

$$\left(c_x, c_y\right) = \frac{d\bar{x}}{dt} = \bar{c}_g + \bar{U} = \tfrac{1}{2}\left(1 + \frac{2kd}{\sinh(2kd)}\right)\frac{\sigma}{k} + \bar{U}$$

$$c_\sigma = \frac{d\sigma}{dt} = \frac{\partial \sigma}{\partial d}\left(\frac{\partial d}{\partial t} + \bar{U} \cdot \nabla_{\bar{x}} d\right) - c_g \bar{k} \cdot \frac{\partial \bar{U}}{\partial s}$$

$$c_\theta = \frac{d\theta}{dt} = -\frac{1}{k}\left(\frac{\partial \sigma}{\partial d}\frac{\partial d}{\partial m} + \bar{k} \cdot \frac{\partial \bar{U}}{\partial m}\right)$$

dove s ed m sono le coordinate spaziali rispettivamente parallele e perpendicolari alla direzione di propagazione dell'onda θ, d è la profondità, $\bar{k}$ è il vettore del numero di onde di magnitudo k, $\overline{U}$ è il vettore di velocità di corrente.

Il termine di generazione, S, a secondo membro della " wave action balance equation" è dato da:

$$S = S_{in} + S_{nl} + S_{ds} + S_{bot} + S_{surf}$$

Dove S_{in} rappresenta il trasferimento di quantità di moto dovuta al vento, S_{nl} il contributo dovuto all'interazione non lineare tra onde, S_{ds} la dissipazione dovuta al white capping, S_{bot} la dissipazione dovuta all'attrito col fondo e S_{surf} la dissipazione dovuta al frangimento.

Il contributo del vento è basato sulla quasi-linear theory of wind-wave generation (Janssen's 1989, 1991), dove la quantità di moto trasferita dal vento alla superficie libera non dipende solo dalle tensioni del vento ma anche dallo stato di mare stesso. Il contributo legato all'interazione non lineare tra onde è approssimato mediante l'approccio DIA (Hasselmann et al. 1985). Il termine di generazione relativo alla dissipazione da white capping è basato sulla teoria di Hasselmann (1974) e Janssen (1989). La dissipazione dovuta all'attrito col fondo è modellata usando l'approccio di Johnson e Kofoed-Hansen (2000), che dipende dal moto ondoso e dalle caratteristiche dei sedimenti. Il frangimento è basato sull'approccio di Battjes e Janssen (1978) e Eldeberky e Battjes (1996).

Directional decupled parametric formulation

Questa formulazione del modello è basata su una parametrizzazione della " wave action balance equation" (Holthuijsen 1989) nel dominio delle frequenze introducendo come variabile dipendente il momento di ordine zero e di ordine uno. Le equazioni quindi diventano le seguenti:

$$\frac{\partial(m_0)}{\partial t} + \frac{\partial(c_x m_0)}{\partial x} + \frac{\partial(c_y m_0)}{\partial y} + \frac{\partial(c_\theta m_0)}{\partial \theta} = T_0$$

$$\frac{\partial(m_1)}{\partial t} + \frac{\partial(c_x m_1)}{\partial x} + \frac{\partial(c_y m_1)}{\partial y} + \frac{\partial(c_\theta m_1)}{\partial \theta} = T_1$$

dove $m_0(x,y,\theta)$ e $m_1(x,y,\theta)$ sono rispettivamente i momenti di ordine zero e ordine uno della "action spectrum" $N(x,y,\sigma,\theta)$. $T_0(x,y,\theta)$ e $T_1(x,y,\theta)$ sono i termini di generazione basati sulla action spectrum. I momenti $m_n(x,y,\theta)$ sono definiti dall'equazione:

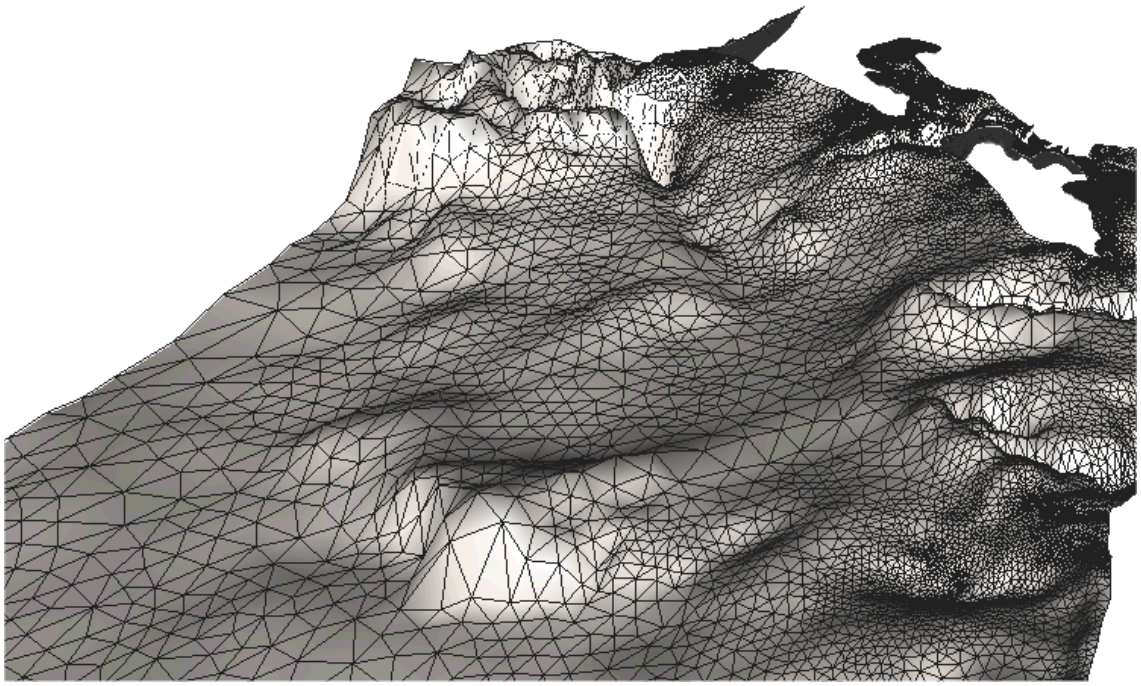
$$m_n(x,y,\theta) = \int_0^{\infty} \omega^n N(x,y,\omega,\theta) d\omega$$

I termini di generazione T_0 e T_1 tengono conto dell'effetto del vento (solo per la modalità stazionaria) attraverso una relazione empirica (Johnson 1998) della dissipazione di energia dovuta all'attrito col fondo e al frangimento, e dell'effetto di interazione onde-correnti.

TECNICHE DI SOLUZIONE

La discretizzazione spaziale e spettrale è effettuata utilizzando un metodo ai volumi finiti con valori centrati sul singolo elemento. Il dominio di calcolo è discretizzato attraverso una maglia non strutturata costituita da triangoli. Il dominio delle frequenze può essere discretizzato sia in maniera lineare che logaritmica.

La discretizzazzione nel dominio temporale è fatta mediante time-steps, la propagazione della "wave action" è fatta attraverso un metodo esplicito in multi frequenza.

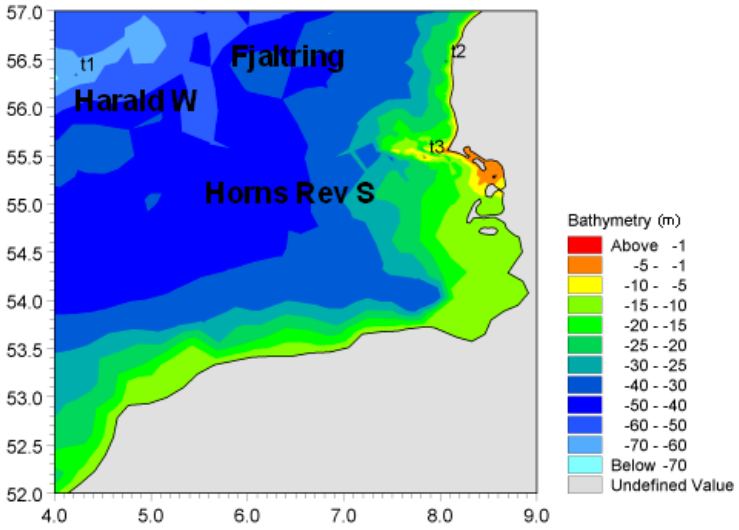


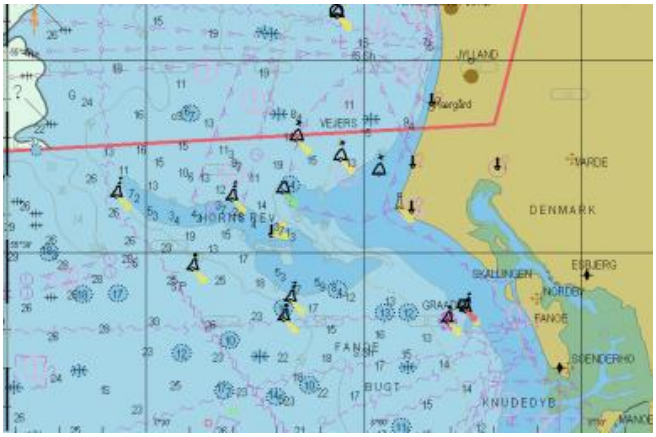
INPUT AL MODELLO

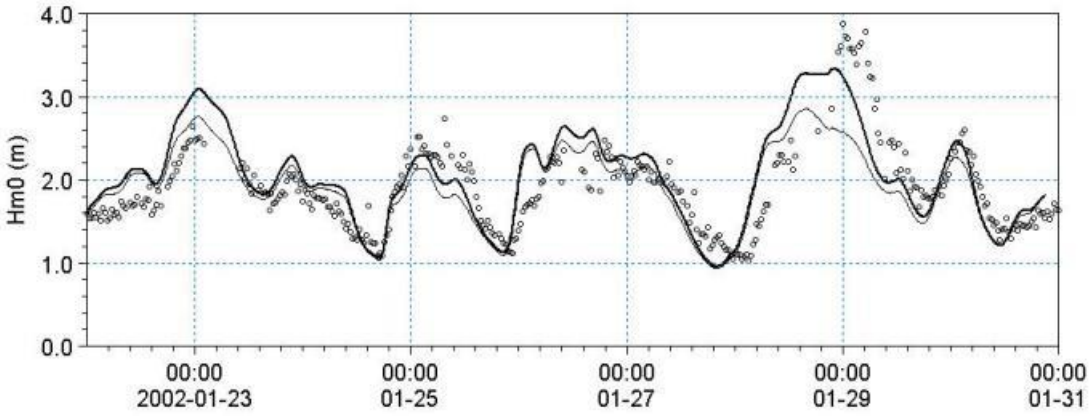
I dati di input da inserire nel modello possono essere raggruppati in differenti categorie, ovvero:

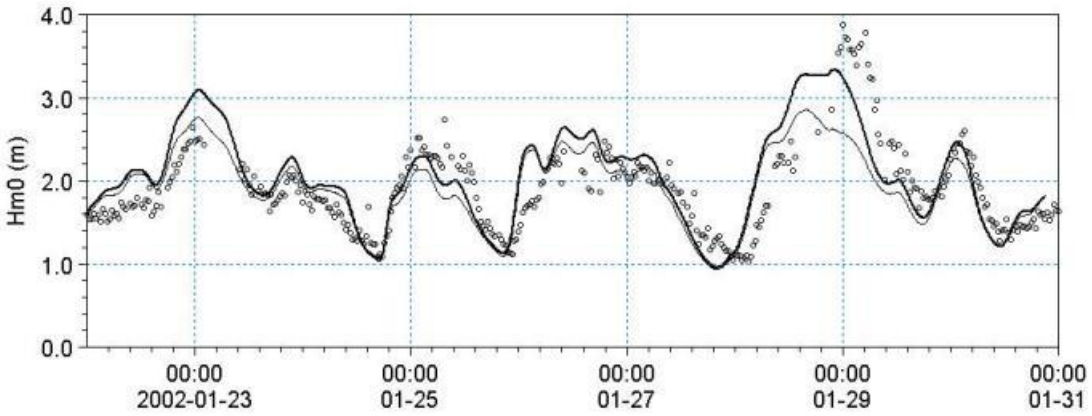
- parametri di base (es. mesh di calcolo, durata della simulazione);

- scelta del tipo di formulazione, discretizzazione nel dominio delle frequenze e delle direzioni, tecniche di soluzione
- forzanti (livelli, vento, correnti);
- parametri di dissipazione (frangimento, white-capping, attrito al fondo);
- condizioni iniziali (stato di mare iniziale);
- condizioni al contorno (onde al largo o alternativamente contorno chiuso).





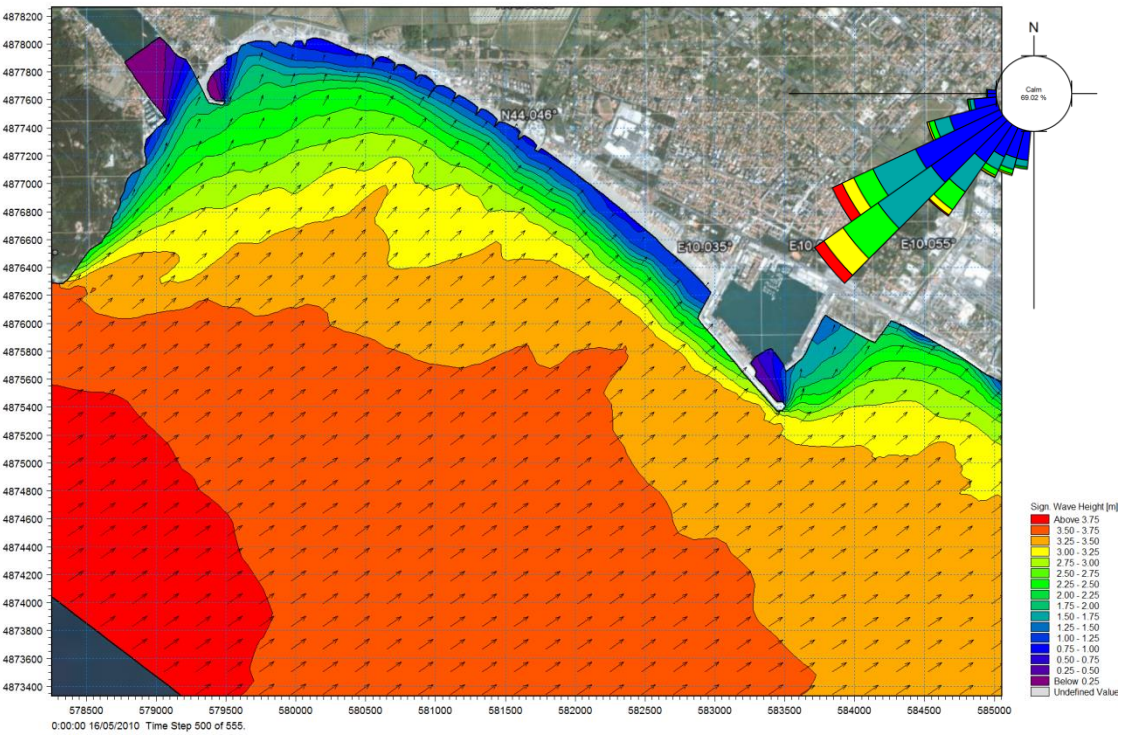




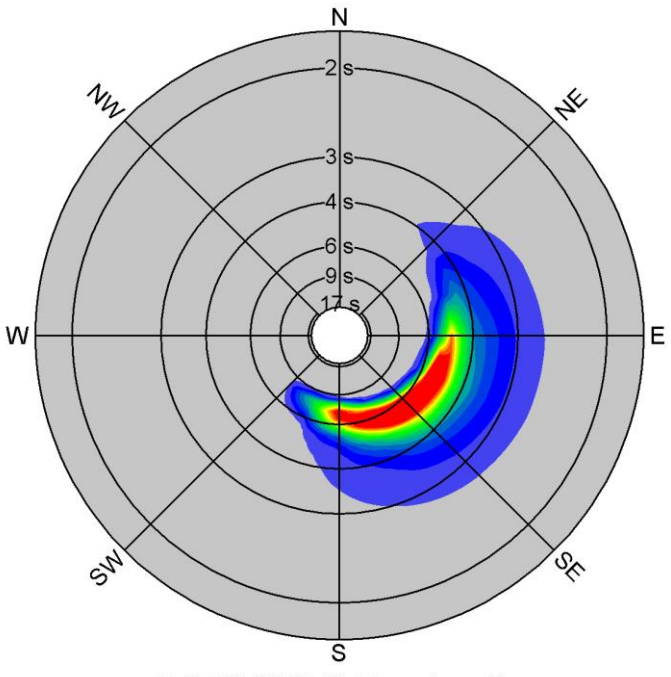
OUTPUT DEL MODELLO

I risultati ottenuti, per ognuno degli elementi della mesh e per ciascun time step, si dividono essenzialmente nelle seguenti categorie.

- parametri caratteristici dell'onda: altezza d'onda significativa Hm0, periodo di picco Tp, Periodo medio T01, periodo di zero up crossing T02, Periodo dell'energia T-10, Direzione di picco PWD, Direzione media MWD, Deviazione standard direzionale σ, Tensore dei radiation stress Sxx Sxy Syy. Se il modello è utilizzato in modalità fully spectral, ciascuna delle variabili sopra riportate possono essere suddivise in componente swell e wind sea. La divisione può essere effettuata mediante l'introduzione di una soglia fissa o dinamica;



- output spettrali: spettro combinato frequenza-direzione, spettro direzionale, spettro di frequenza.



11/07/00 00:00:00, Time step: 16

ALLEGATO C

MIKE 3 Wave

PLEASE NOTE

COPYRIGHT

This document refers to proprietary computer software, which is protected by copyright. All rights are reserved. Copying or other reproduction of this manual or the related programmes is prohibited without prior written consent of DHI A/S (hereinafter referred to as “DHI”). For details please refer to your ‘DHI Software License Agreement’.

LIMITED LIABILITY

The liability of DHI is limited as specified in your DHI Software License Agreement:

In no event shall DHI or its representatives (agents and suppliers) be liable for any damages whatsoever including, without limitation, special, indirect, incidental or consequential damages or damages for loss of business profits or savings, business interruption, loss of business information or other pecuniary loss arising in connection with the Agreement, e.g. out of Licensee's use of or the inability to use the Software, even if DHI has been advised of the possibility of such damages.

This limitation shall apply to claims of personal injury to the extent permitted by law. Some jurisdictions do not allow the exclusion or limitation of liability for consequential, special, indirect, incidental damages and, accordingly, some portions of these limitations may not apply.

Notwithstanding the above, DHI's total liability (whether in contract, tort, including negligence, or otherwise) under or in connection with the Agreement shall in aggregate during the term not exceed the lesser of EUR 10.000 or the fees paid by Licensee under the Agreement during the 12 months' period previous to the event giving rise to a claim.

Licensee acknowledge that the liability limitations and exclusions set out in the Agreement reflect the allocation of risk negotiated and agreed by the parties and that DHI would not enter into the Agreement without these limitations and exclusions on its liability. These limitations and exclusions will apply notwithstanding any failure of essential purpose of any limited remedy.

CONTENTS

MIKE 3 Wave Model FM
Hydrodynamic Module
Scientific Documentation

1 Introduction 1

2 Governing equations 3
2.1 Governing equations in a Cartesian coordinate system 3
2.1.1 Navier-Stokes equations 3
2.1.2 Turbulence model 5
2.2 Governing equations in a sigma coordinate system 10
2.2.1 Navier-Stokes equations 11
2.2.2 Turbulence model 13

3 Numerical method 15
3.1 Mesh and discretization scheme 15
3.1.1 Mesh 15
3.1.2 Discretization scheme 19
3.2 Finite volume method 20
3.3 Numerical solution of the Navier-Stokes equations 21
3.3.1 Time integration 21
3.3.2 Poisson equation 22
3.3.3 Space discretization 23
3.3.4 Flooding and drying 24
3.3.5 Sponge layer 25
3.3.6 Internal wave generation 26
3.3.7 Boundary conditions 27
3.4 Numerical solution of the Transport equations 27
3.4.1 Time integration 27
3.4.2 Spatial discretization 28
3.4.3 Boundary conditions 28
3.5 Time stepping procedure 28

4 Physics 31
4.1 Eddy viscosity 31
4.2 Bed resistance 31
4.3 Wall friction 32
4.4 Porosity 33

5 Parallelization 35
5.1 The domain decomposition 35
5.2 Data exchange 35
5.3 Input and output 36

6 References 37

APPENDICES

APPENDIX A – Governing equations in spherical coordinates

1 Introduction

This document presents the scientific background for the MIKE 3 Wave Model FM. The objective is to provide the user with a detailed description of the governing equations, numerical discretization and solution methods.

MIKE 3 Wave Model FM can be applied in the following areas:

- Ports and terminals
  - Wave agitation caused by short and long waves
  - Input to dynamic ship mooring analysis (MIKE 21 MA)
- Coastal areas
  - Non-linear wave transformation
  - Surf and swash zone hydrodynamics
  - Wave breaking and run-up
  - Coastal flooding
  - Tsunamis (transient) modelling
- Coastal structures
  - Wave overtopping
  - Wave transmission (and reflection) through porous structures
  - Input to wave load calculation
- Offshore environments
  - Transformation of steep nonlinear waves
  - 3D wave kinematics for structural load calculations

The model is based on the numerical solution of the three-dimensional incompressible Reynolds-averaged Navier-Stokes equations. Thus, the model consists of continuity and momentum equations, and it is closed by a turbulent closure scheme. The free surface is taken into account using a sigma coordinate transformation approach. The spatial discretization of the governing equations in conserved form is performed using a cell-centered finite volume method. The time integration is performed using a semi-implicit scheme. The vertical convective and diffusion terms are discretized using an implicit scheme to remove the stability limitations associated with the vertical resolution. The remaining terms are discretized using a second-order explicit Runge-Kutta scheme. The projection method is employed for the non-hydrostatic pressure. The interface convective fluxes are calculated using a HLLC approximate Riemann solver. This shock-capturing scheme enables robust and stable simulation of flows involving shocks or discontinuities such as bores and hydraulic jumps. This is essential for modelling of waves in the breaking zone or porous structures. The numerical dissipation accounts for the dissipation in the breaking waves.

2 Governing equations

The governing equations are solved in a sigma coordinate system or a combination of sigma coordinate system and a Cartesian coordinate system. For the hybrid system sigma coordinate is used from the free surface to a specified depth, and z-coordinate is used below. The most important advantage using sigma coordinate is the ability to accurately represent the bathymetry and provide consistent resolution near the bed. However, sigma coordinates can suffer from significant errors in the horizontal pressure gradients, advection and mixing terms in areas with sharp topographic changes (steep slopes). These errors can give rise to unrealistic flows. The use of z-level coordinate allows a simple calculation of the horizontal pressure gradients, advection and mixing terms, but the disadvantages are their inaccuracy in representing the bathymetry and that the stair-step representation of the bathymetry can result in unrealistic flow velocities near the bottom.

The governing equations can also be formulated in a spherical coordinate system. For more details, see Appendix A1.

2.1 Governing equations in a Cartesian coordinate system

2.1.1 Navier-Stokes equations

The non-hydrostatic model is based on the incompressible Navier-Stokes equations subject to the assumptions of Boussinesq and with the free surface described by a height function. In a Cartesian coordinate system the local continuity equation is written as

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \tag{2.1}$$

and the conservative form of the momentum equation can be written

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial u^2}{\partial x}+\frac{\partial vu}{\partial y}+\frac{\partial wu}{\partial z}=fv-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial q}{\partial x}-g\frac{\partial \eta}{\partial x}+F_u+\frac{\partial}{\partial z}\left(\nu_t^v\frac{\partial u}{\partial z}\right) \tag{2.2}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{\partial uv}{\partial x}+\frac{\partial v^2}{\partial y}+\frac{\partial wv}{\partial z}=-fu-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial q}{\partial y}-g\frac{\partial \eta}{\partial y}+F_v+\frac{\partial}{\partial z}\left(\nu_t^v\frac{\partial v}{\partial z}\right) \tag{2.3}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t}+\frac{\partial uw}{\partial x}+\frac{\partial vw}{\partial y}+\frac{\partial w^2}{\partial z}=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial q}{\partial z}+F_w+\frac{\partial}{\partial z}\left(\nu_t^v\frac{\partial w}{\partial z}\right) \tag{2.4}$$

Here t is the time; x, y and z are the Cartesian coordinates; η is the surface elevation; u, v and w are the velocity components in the x, y and z direction; q is the non-hydrostatic pressure; $f=2\Omega sin\phi$ is the Coriolis parameter (Ω is the angular rate of revolution and ϕ the geographic latitude); ν_t^v is the vertical eddy viscosity; g is the gravitational acceleration; ρ_0, is the reference density of water. Eqs. (2.2)-(2.4) are obtained by splitting the total pressure, p, into a non-hydrostatic and a hydrostatic component, p_H, where

$$p_H=p_A+\rho_0 g(\eta-z)+g\int_z^\eta(\rho-\rho_0)dz \tag{2.5}$$

The atmospheric pressure, p_A, at the free surface is assumed to be constant over the domain, and the density of water, ρ, is assumed to be constant.

The horizontal diffusion terms are described using a gradient-stress relation, which is simplified to

$$F_u = \frac{\partial}{\partial x}\left(2\nu_t^h \frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\nu_t^h\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)\right) \tag{2.6}$$

$$F_v = \frac{\partial}{\partial x}\left(\nu_t^h\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(2\nu_t^h \frac{\partial v}{\partial y}\right) \tag{2.7}$$

$$F_w = \frac{\partial}{\partial x}\left(\nu_t^h \frac{\partial w}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\nu_t^h \frac{\partial w}{\partial y}\right) \tag{2.8}$$

where ν_t^h is the horizontal eddy viscosity.

The surface and bottom boundary conditions for u, v and w are

at $z = \eta$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u\frac{\partial \eta}{\partial x} + v\frac{\partial \eta}{\partial y} - w = 0, \qquad \left(\frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z}\right) = (0,0) \tag{2.9}$$

at $z = -d$

$$u\frac{\partial d}{\partial x} + v\frac{\partial d}{\partial y} + w = 0, \qquad \left(\frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z}\right) = \frac{1}{\rho_0 \nu_t^v}\left(\tau_{bx}, \tau_{by}\right) \tag{2.10}$$

Here d is the still water depth, and $\left(\tau_{bx}, \tau_{by}\right)$ are the x- and y-components of the bottom stresses.

The total water depth, $h = \eta + d$, is obtained by vertical integration of the local continuity equation and taking into account the boundary condition at the surface and the bottom

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h\bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial h\bar{v}}{\partial y} = 0 \tag{2.11}$$

Where $\bar{u}$ and $\bar{v}$ are the depth–averaged velocities

$$h\bar{u} = \int_{-d}^{\eta} u dz, \quad h\bar{v} = \int_{-d}^{\eta} v dz \tag{2.12}$$

In matrix form the continuity equation and the momentum equations may be written

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot \boldsymbol{F}^c = 0 \tag{2.13}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t} + \nabla \cdot \boldsymbol{F}^m = \boldsymbol{S}_h + \boldsymbol{S}_q \tag{2.14}$$

Here $\boldsymbol{F}^c = \left(F_x^c,\ F_y^c\right)^T = (\mathrm{h}\bar{u}, \mathrm{h}\bar{v})^T$, $\boldsymbol{U} = (u, v, w)^T$ and $\boldsymbol{F}^m = \boldsymbol{F}^{mc} - \boldsymbol{F}^{md} = (\boldsymbol{F}_x^m, \boldsymbol{F}_y^m,\ \boldsymbol{F}_z^m)^T$. The flux components and the source terms can be written

$$\boldsymbol{F}_x^{mc} = \begin{pmatrix} uu + g\eta \\ uv \\ uw \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{F}_y^{mc} = \begin{pmatrix} uv \\ vv + g\eta \\ vw \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{F}_z^{mc} = \begin{pmatrix} uw \\ vw \\ ww \end{pmatrix} \tag{2.15}$$

$$\boldsymbol{F}_x^{md} = \begin{pmatrix} 2\nu_t^h \dfrac{\partial u}{\partial x} \\ \nu_t^h \left(\dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial v}{\partial y}\right) \\ \nu_t^h \dfrac{\partial w}{\partial x} \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{F}_y^{md} = \begin{pmatrix} \nu_t^h \left(\dfrac{\partial u}{\partial y} + \dfrac{\partial v}{\partial x}\right) \\ 2\nu_t^h \dfrac{\partial v}{\partial y} \\ \nu_t^h \dfrac{\partial w}{\partial y} \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{F}_z^{md} = \begin{pmatrix} \nu_t^v \dfrac{\partial u}{\partial z} \\ \nu_t^v \dfrac{\partial v}{\partial z} \\ \nu_t^v \dfrac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} \tag{2.16}$$

$$\boldsymbol{S}_h = \begin{pmatrix} fv \\ -fu \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \boldsymbol{S}_q = -\frac{1}{\rho_0} \begin{pmatrix} \dfrac{\partial q}{\partial x} \\ \dfrac{\partial q}{\partial y} \\ \dfrac{\partial q}{\partial w} \end{pmatrix} \tag{2.17}$$

If the hydrostatic pressure assumption is applied, the non-hydrostatic pressure will be zero. With this assumption, a three-dimensional, hydrodynamic model can be significantly simplified because the momentum equation in the vertical direction (Eq. (2.4)) can be neglected.

2.1.2 Turbulence model

The turbulence is modelled using an eddy viscosity concept. The eddy viscosity can be described using empirical formula (see section 4.1) or solving a turbulence closure model. In the MIKE 3 Wave Model FM, there are two turbulence models available, namely the k-ε model and the k-ω model; both are two-equations models.

The k-epsilon model

The k-ε model presented here follows Rodi (1980,1984) and has an additional limiter from Larsen and Fuhrman (2018). The model describes k, the specific turbulent kinetic energy and ε, the dissipation rate of turbulent kinetic energy (turbulent dissipation). The eddy viscosity, ν_t, is defined as

$$\nu_t = c_\mu \frac{k^2}{\tilde{\varepsilon}} \tag{2.18}$$

where c_μ is an empirical constant and $\tilde{\varepsilon}$ is a limited version of ε. Solving a system of equations for k and ε results in the eddy viscosity in eq. (2.18) and this value can be used in the momentum equations for the horizontal and/or vertical eddy viscosity, ν_t^h and ν_t^v.

The turbulent kinetic energy, k, and the turbulent dissipation, ε, are obtained from the following transport equations.

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial uk}{\partial x} + \frac{\partial vk}{\partial y} + \frac{\partial wk}{\partial z} = F_k + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\nu_{t0}^v}{\sigma_k^v}\frac{\partial k}{\partial z}\right) + P_k - \varepsilon \tag{2.19}$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial u\varepsilon}{\partial x} + \frac{\partial v\varepsilon}{\partial y} + \frac{\partial w\varepsilon}{\partial z} = F_\varepsilon + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\nu_{t0}^v}{\sigma_\varepsilon^v}\frac{\partial \varepsilon}{\partial z}\right) + P_\varepsilon - c_{2\varepsilon}\frac{\varepsilon^2}{k} \tag{2.20}$$

Here, P_k and P_ε are shear production terms and F_k and F_ε are horizontal diffusion terms. The details of the various terms are presented in the following.

The shear production terms are given as

$$P_k = \nu_t p_0 \tag{2.21}$$

$$P_\varepsilon = c_{1\varepsilon} c_\mu k p_0 \tag{2.22}$$

where, $c_{1\varepsilon}$ is a closure coefficient. Furthermore,

$$p_0 = 2\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} S_{ij} S_{ij} \tag{2.23}$$

where S_{ij} is the mean strain rate tensor defined as

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right), \quad \text{for} \quad i,j = 1,2,3 \tag{2.24}$$

Here, is used the following notation

$$u_1 = u\,, \qquad u_2 = v\,, \qquad u_3 = w \tag{2.25}$$

$$x_1 = x\,, \qquad x_2 = y\,, \qquad x_3 = z \tag{2.26}$$

The vertical diffusion terms are given directly in the transport equations for k and ε. The horizontal diffusion terms have a similar form and are given by

$$F_k = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\nu_{t0}^h}{\sigma_k^h}\frac{\partial k}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\nu_{t0}^h}{\sigma_k^h}\frac{\partial k}{\partial y}\right) \tag{2.27}$$

$$F_\varepsilon = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\nu_{t0}^h}{\sigma_\varepsilon^h}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\nu_{t0}^h}{\sigma_\varepsilon^h}\frac{\partial \varepsilon}{\partial y}\right) \tag{2.28}$$

The coefficients σ_k^h, σ_k^v, σ_ε^h and σ_ε^v are closure coefficients. For the diffusion terms is used an unlimited version of the eddy viscosity

$$\nu_{t0}^h = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \qquad \nu_{t0}^v = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{2.29}$$

If the momentum equations use an empirical formula for either the horizontal or vertical eddy viscosity, that value is also used in the diffusion terms in the turbulence model. This means, that $\nu_{t0}^h = \nu_t^h$ or $\nu_{t0}^v = \nu_t^v$ is used instead of the corresponding expression in eq. (2.29).

To limit the eddy viscosity in regions with nearly-potential flow and stabilize the model, Larsen and Fuhrman (2018) introduced a limited value of the turbulent dissipation ε,

$$\tilde{\varepsilon} = \max\left[\varepsilon, \lambda_2 \frac{c_{2\varepsilon}}{c_{1\varepsilon}} \frac{p_0}{p_\Omega}\, \varepsilon\right] \tag{2.30}$$

Here, $\lambda_2 = 0.05$ is a limiter coefficient and

$$p_\Omega = 2\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\Omega_{ij}\Omega_{ij} \tag{2.31}$$

where Ω_{ij} is the rotation tensor,

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right), \quad \text{for} \quad i,j = 1,2,3 \tag{2.32}$$

Several carefully calibrated empirical coefficients enter the k-ε turbulence model. In the standard k-ε model (Rodi (1984)), they are

$$c_\mu = 0.09, \qquad c_{1\varepsilon} = 1.44, \qquad c_{2\varepsilon} = 1.92 \tag{2.33}$$

$$\sigma_k^h = \sigma_k^v = 1.0, \qquad \sigma_\varepsilon^h = \sigma_\varepsilon^v = 1.3 \tag{2.34}$$

In matrix form, the transport equations for k and ε may be written

$$\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t} + \nabla \cdot \boldsymbol{F} = \boldsymbol{S} \tag{2.35}$$

where $\boldsymbol{U} = (k,\ \varepsilon)^T$ and $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F^c} - \boldsymbol{F^d} = (\boldsymbol{F}_x, \boldsymbol{F}_y, \boldsymbol{F}_z)^T$. The flux components and the source terms can be written

$$\boldsymbol{F}_x^c = \begin{pmatrix} uk \\ u\varepsilon \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{F}_y^c = \begin{pmatrix} vk \\ v\varepsilon \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{F}_z^c = \begin{pmatrix} wk \\ w\varepsilon \end{pmatrix} \tag{2.36}$$

$$\boldsymbol{F}_x^d = \begin{pmatrix} \frac{\nu_{t0}^h}{\sigma_k^h}\frac{\partial k}{\partial x} \\ \frac{\nu_{t0}^h}{\sigma_\varepsilon^h}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{F}_y^d = \begin{pmatrix} \frac{\nu_{t0}^h}{\sigma_k^h}\frac{\partial k}{\partial y} \\ \frac{\nu_{t0}^h}{\sigma_\varepsilon^h}\frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{F}_z^d = \begin{pmatrix} \frac{\nu_{t0}^v}{\sigma_k^v}\frac{\partial k}{\partial z} \\ \frac{\nu_{t0}^v}{\sigma_\varepsilon^v}\frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \end{pmatrix} \tag{2.37}$$

$$\boldsymbol{S} = \begin{pmatrix} P_k - \varepsilon \\ P_\varepsilon - c_{2\varepsilon}\frac{\varepsilon^2}{k} \end{pmatrix} \tag{2.38}$$

The k-omega model

The k-ω model presented here is following Larsen and Fuhrman (2018). It extends the model in Wilcox (2008) with an additional limiter. The model describes the specific turbulent kinetic energy, k, and the specific dissipation rate, ω. The eddy viscosity, ν_t, is defined as

$$\nu_t = \frac{k}{\tilde{\omega}} \tag{2.39}$$

where $\tilde{\omega}$ is a limited version of ω. This value of the eddy viscosity can be used in the momentum equations for the horizontal and/or vertical eddy viscosity, ν_t^h and ν_t^v.

The transport equations for the turbulent kinetic energy, k, and the specific dissipation rate, ω, reads

$$\frac{\partial k}{\partial t}+\frac{\partial uk}{\partial x}+\frac{\partial vk}{\partial y}+\frac{\partial wk}{\partial z}=F_k+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\nu_{t0}^v}{\sigma_k^v}\frac{\partial k}{\partial z}\right)+P_k-\beta_k\omega k \tag{2.40}$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t}+\frac{\partial u\omega}{\partial x}+\frac{\partial v\omega}{\partial y}+\frac{\partial w\omega}{\partial z}=F_\omega+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\nu_{t0}^v}{\sigma_\omega^v}\frac{\partial \omega}{\partial z}\right)+F_{\omega c}+P_\omega-\beta_\omega\omega^2 \tag{2.41}$$

Here, F_k and F_ω are horizontal diffusion terms, $F_{\omega c}$ is a cross-diffusion term and P_k and P_ω are production terms. The details of the various terms are presented in the following.

The production terms are given by

$$P_k=\nu_t p_0 \tag{2.42}$$

$$P_\omega=\alpha\frac{\omega}{\widehat{\omega}}p_0 \tag{2.43}$$

where $\widehat{\omega}$ is a limited version of the specific dissipation rate, ω, α is a closure coefficient and p_0 was defined in eq. (2.23).

The vertical diffusion terms are given directly in the transport equations for k and ω. The horizontal diffusion terms have a similar form and are given by

$$F_k=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\nu_{t0}^h}{\sigma_k^h}\frac{\partial k}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\nu_{t0}^h}{\sigma_k^h}\frac{\partial k}{\partial y}\right) \tag{2.44}$$

$$F_\omega=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\nu_{t0}^h}{\sigma_\omega^h}\frac{\partial \omega}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\nu_{t0}^h}{\sigma_\omega^h}\frac{\partial \omega}{\partial y}\right) \tag{2.45}$$

The coefficients σ_k^h, σ_k^v, σ_ω^h and σ_ω^v are closure coefficients. For the diffusion terms is used an unlimited version of the eddy viscosity

$$\nu_{t0}^h=\frac{k}{\omega}\,,\qquad \nu_{t0}^v=\frac{k}{\omega} \tag{2.46}$$

If the momentum equations use an empirical formula for either the horizontal or vertical eddy viscosity, that value is also used in the diffusion terms in the turbulence model. This means, that $\nu_{t0}^h=\nu_t^h$ or $\nu_{t0}^v=\nu_t^v$ is used instead of the corresponding expression in eq. (2.46). The cross-diffusion term in the equation for ω reads

$$F_{\omega c}=\frac{\sigma_{do}}{\omega}\max\left\{0,\frac{\partial k}{\partial x}\frac{\partial \omega}{\partial x}+\frac{\partial k}{\partial y}\frac{\partial \omega}{\partial y}+\frac{\partial k}{\partial z}\frac{\partial \omega}{\partial z}\right\} \tag{2.47}$$

To limit the eddy viscosity in regions with nearly-potential flow and stabilize the model, Larsen and Fuhrman (2018) introduced an additional limiter for ω on top of the limiter already present in the k-ω model from Wilcox (2008). The limited versions of ω are defined as

$$\widehat{\omega}=\max\left[\omega,\lambda_1\sqrt{\frac{p_0-p_b}{\beta_k}}\right] \tag{2.48}$$

$$\widetilde{\omega}=\max\left[\widehat{\omega},\lambda_2\frac{\beta_\omega}{\beta_k\alpha}\frac{p_0}{p_\Omega}\omega\right] \tag{2.49}$$

The values of the limiter coefficients are $\lambda_1 = 0.875$ and $\lambda_2 = 0.05$ and p_Ω was defined in eq. (2.31).

The system contains several empirically determined closure coefficients which have the following values,

$$\sigma_k^h = \sigma_k^v = \frac{5}{3}\,, \qquad \sigma_\omega^h = \sigma_\omega^v = 2\,, \qquad \sigma_{do} = \frac{1}{8} \tag{2.50}$$

$$\alpha = 0.52 \tag{2.51}$$

$$\beta_k = 0.09\,, \qquad \beta_\omega = \beta_0 f_\beta\,, \qquad \beta_0 = 0.0708 \tag{2.52}$$

$$f_\beta = \frac{1 + 85\chi_\omega}{1 + 100\chi_\omega}\,, \qquad \chi_\omega = \left|\frac{\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}\Omega_{ij}\Omega_{jk}S_{ki}}{(\beta_k\omega)^3}\right| \tag{2.53}$$

These values are from Larsen and Fuhrmann (2018), except f_β which is from Wilcox (2008). Larsen and Fuhrman (2018) use $f_\beta = 1$, consistent with two-dimensional flow. Note that β_k corresponds to c_μ in the k-ε model. The mean strain rate tensor S_{ij} and the rotation tensor Ω_{ij} were defined in eq. (2.24) and (2.32).

In matrix form, the transport equations for k and ω may be written as

$$\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t} + \nabla \cdot \boldsymbol{F} - \boldsymbol{G} = \boldsymbol{S} \tag{2.54}$$

where $\boldsymbol{U} = (k,\ \omega)^T$ and $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F^c} - \boldsymbol{F^d} = (\boldsymbol{F}_x, \boldsymbol{F}_y, \boldsymbol{F}_z)^T$. The flux components $\boldsymbol{F}$, the cross-diffusion $\boldsymbol{G}$ and the source terms $\boldsymbol{S}$ can be written

$$\boldsymbol{F}_x^c = \begin{pmatrix} uk \\ u\omega \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{F}_y^c = \begin{pmatrix} vk \\ v\omega \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{F}_z^c = \begin{pmatrix} wk \\ w\omega \end{pmatrix} \tag{2.55}$$

$$\boldsymbol{F}_x^d = \begin{pmatrix} \frac{\nu_{t0}^h}{\sigma_k^h}\frac{\partial k}{\partial x} \\ \frac{\nu_{t0}^h}{\sigma_\omega^h}\frac{\partial \omega}{\partial x} \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{F}_y^d = \begin{pmatrix} \frac{\nu_{t0}^h}{\sigma_k^h}\frac{\partial k}{\partial y} \\ \frac{\nu_{t0}^h}{\sigma_\omega^h}\frac{\partial \omega}{\partial y} \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{F}_z^d = \begin{pmatrix} \frac{\nu_{t0}^v}{\sigma_k^v}\frac{\partial k}{\partial z} \\ \frac{\nu_{t0}^v}{\sigma_\omega^v}\frac{\partial \omega}{\partial z} \end{pmatrix} \tag{2.56}$$

$$\boldsymbol{G} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sigma_d}{\omega}\max\left[0, \frac{\partial k}{\partial x}\frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial k}{\partial y}\frac{\partial \omega}{\partial y} + \frac{\partial k}{\partial z}\frac{\partial \omega}{\partial z}\right] \end{pmatrix} \tag{2.57}$$

$$\boldsymbol{S} = \begin{pmatrix} P_k - \beta_k\omega k \\ P_\omega - \beta_\omega\omega^2 \end{pmatrix} \tag{2.58}$$

Boundary conditions at the surface and the seabed

At boundaries where there is a friction, the boundary conditions for k, ε and ω can be modelled with wall functions, Wilcox (1998),

$$k = \frac{1}{\sqrt{\beta_k}}U_\tau^2\,, \qquad \varepsilon = \frac{U_\tau^3}{\kappa\Delta y}\,, \qquad \omega = \frac{U_\tau}{\sqrt{\beta_k}\kappa\Delta y} \tag{2.59}$$

Here, U_τ is the friction velocity associated with the boundary and Δy is the distance from the boundary to the point where the conditions are employed. Furthermore, $\kappa = 0.41$ is the von Kármán constant.

At the seabed, $z = -d$, if there is a bed resistance, the boundary conditions are the wall functions in eq. (2.59) where $\Delta y = \Delta z_b$ is the distance to the bottom and $U_\tau = U_{\tau b}$ is the friction velocity associated with the bottom stress, see section 4.2.

At the surface, $z = \eta$, it is assumed there is no friction, and the boundary conditions are

at $z = \eta$

$$\frac{\partial k}{\partial z} = 0, \qquad \varepsilon = \frac{\left(k\sqrt{c_\mu}\right)^{3/2}}{\alpha_s \kappa h}, \qquad \omega = \frac{\sqrt{k}}{\alpha_s \beta_k^{1/4} \kappa h} \tag{2.60}$$

where $\alpha_s = 0.07$ is an empirical constant.

2.2 Governing equations in a sigma coordinate system

The equations are solved using a vertical σ-transformation

$$t' = t, \qquad x' = x, \qquad y' = y, \qquad \sigma = \frac{z + d}{h} \tag{2.61}$$

where σ varies between 0 at the bottom and 1 at the surface. The chain rule is applied to obtain partial derivatives of the function $f = f(t, x, y, z)$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial t'} + \frac{\partial f}{\partial \sigma}\frac{\partial \sigma}{\partial t} \tag{2.62}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x'} + \frac{\partial f}{\partial \sigma}\frac{\partial \sigma}{\partial x} \tag{2.63}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial y'} + \frac{\partial f}{\partial \sigma}\frac{\partial \sigma}{\partial y} \tag{2.64}$$

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\partial f}{\partial \sigma}\frac{\partial \sigma}{\partial z} \tag{2.65}$$

where

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = -\sigma\frac{1}{h}\frac{\partial h}{\partial t} \equiv A_t \tag{2.66}$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = -\frac{1}{h}\left(\sigma\frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial d}{\partial x}\right) \equiv A_x \tag{2.67}$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial y} = -\frac{1}{h}\left(\sigma\frac{\partial h}{\partial y} - \frac{\partial d}{\partial y}\right) \equiv A_y \tag{2.68}$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial z} = \frac{1}{h} \equiv A_z \tag{2.69}$$

2.2.1 Navier-Stokes equations

In the sigma coordinate system, the governing equations are given as

$$\frac{\partial h}{\partial t'}+\frac{\partial hu}{\partial x'}+\frac{\partial hv}{\partial y'}+\frac{\partial h\omega}{\partial \sigma}=0 \tag{2.70}$$

$$\frac{\partial hu}{\partial t'}+\frac{\partial hu^2}{\partial x'}+\frac{\partial hvu}{\partial y'}+\frac{\partial h\omega u}{\partial \sigma}= fhv-\frac{h}{\rho_0}\left(\frac{\partial q}{\partial x'}+\frac{\partial q}{\partial \sigma}\frac{\partial \sigma}{\partial x}\right)-gh\frac{\partial \eta}{\partial x'}+hF_u+\frac{\partial}{\partial \sigma}\left(\frac{\nu_t^v}{h}\frac{\partial u}{\partial \sigma}\right) \tag{2.71}$$

$$\frac{\partial hv}{\partial t'}+\frac{\partial huv}{\partial x'}+\frac{\partial hv^2}{\partial y'}+\frac{\partial h\omega v}{\partial \sigma}= -fhu-\frac{h}{\rho_0}\left(\frac{\partial q}{\partial y'}+\frac{\partial q}{\partial \sigma}\frac{\partial \sigma}{\partial y}\right)-gh\frac{\partial \eta}{\partial y'}+hF_v+\frac{\partial}{\partial \sigma}\left(\frac{\nu_t^v}{h}\frac{\partial v}{\partial \sigma}\right) \tag{2.72}$$

$$\frac{\partial hw}{\partial t'}+\frac{\partial huw}{\partial x'}+\frac{\partial hvw}{\partial y'}+\frac{\partial h\omega w}{\partial \sigma}=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial q}{\partial \sigma}+hF_w+\frac{\partial}{\partial \sigma}\left(\frac{\nu_t^v}{h}\frac{\partial w}{\partial \sigma}\right) \tag{2.73}$$

The modified vertical velocity, ω, in the sigma coordinate system is given by

$$\omega=\frac{1}{h}\left(w+u\frac{\partial d}{\partial x}+v\frac{\partial d}{\partial y}-\sigma\left(\frac{\partial h}{\partial t}+u\frac{\partial h}{\partial x}+v\frac{\partial h}{\partial y}\right)\right) \tag{2.74}$$

The modified vertical velocity is the velocity across a level of constant σ. The horizontal diffusion terms are approximated by

$$hF_u\approx\frac{\partial}{\partial x}\left(2h\nu_t^h\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(h\nu_t^h\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right) \tag{2.75}$$

$$hF_v\approx\frac{\partial}{\partial x}\left(h\nu_t^h\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(2h\nu_t^h\frac{\partial v}{\partial y}\right) \tag{2.76}$$

$$hF_w\approx\frac{\partial}{\partial x}\left(h\nu_t^h\frac{\partial w}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(h\nu_t^h\frac{\partial w}{\partial y}\right) \tag{2.77}$$

The surface and bottom boundary conditions for u, v and ω are

at $z = \eta$

$$\omega=0,\qquad\left(\frac{\partial u}{\partial \sigma},\frac{\partial v}{\partial \sigma}\right)=(0,0) \tag{2.78}$$

at $z = -d$

$$\omega=0,\qquad\left(\frac{\partial u}{\partial \sigma},\frac{\partial v}{\partial \sigma}\right)=\frac{\mathrm{h}}{\rho_0\nu_t^v}(\tau_{bx},\tau_{by}) \tag{2.79}$$

The depth-averaged continuity equation becomes

$$\frac{\partial h}{\partial t'}+\frac{\partial h\bar{u}}{\partial x'}+\frac{\partial h\bar{v}}{\partial y'}=0 \tag{2.80}$$

where $\bar{u}$ and $\bar{v}$ are the depth–averaged velocities

$$\bar{u}=\int_0^1 u d\sigma, \quad \bar{v}=\int_0^1 v d\sigma=0 \tag{2.81}$$

In matrix form the continuity equations and the momentum equations may be written

$$\frac{\partial h}{\partial t'}+\nabla\cdot\boldsymbol{F}^c=0 \tag{2.82}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t'}+\nabla\cdot\boldsymbol{F}^m=\boldsymbol{S}_h+\boldsymbol{S}_q \tag{2.83}$$

where $\boldsymbol{F}^c=\left(F_x^c,\ F_y^c\right)^T=(h\bar{u},h\bar{v})^T$, $\boldsymbol{U}=(hu,hv,hw)^T$ and $\boldsymbol{F}^m=\boldsymbol{F}^{mc}-\boldsymbol{F}^{md}=(\boldsymbol{F}_x^m,\boldsymbol{F}_y^m,\ \boldsymbol{F}_\sigma^m)^T$.

The flux components and the source terms can be written

$$\boldsymbol{F}_x^{mc}=\begin{pmatrix} huu+\frac{1}{2}g(\eta^2+2\eta d)\\ huv\\ huw\end{pmatrix}\quad \boldsymbol{F}_y^{mc}=\begin{pmatrix} huv\\ hvv+\frac{1}{2}g(\eta^2+2\eta d)\\ hvw\end{pmatrix}\quad \boldsymbol{F}_\sigma^{mc}=\begin{pmatrix} hu\omega\\ hv\omega\\ hw\omega\end{pmatrix} \tag{2.84}$$

$$\boldsymbol{F}_x^{md}=\begin{pmatrix} 2h\nu_t^h\frac{\partial u}{\partial x}\\ h\nu_t^h\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\\ h\nu_t^h\frac{\partial w}{\partial x}\end{pmatrix}\quad \boldsymbol{F}_y^{md}=\begin{pmatrix} h\nu_t^h\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)\\ 2h\nu_t^h\frac{\partial v}{\partial y}\\ h\nu_t^h\frac{\partial w}{\partial y}\end{pmatrix}\quad \boldsymbol{F}_\sigma^{md}=\begin{pmatrix} \frac{\nu_t^v}{h}\frac{\partial u}{\partial \sigma}\\ \frac{\nu_t^v}{h}\frac{\partial v}{\partial \sigma}\\ \frac{\nu_t^v}{h}\frac{\partial w}{\partial \sigma}\end{pmatrix} \tag{2.85}$$

$$\boldsymbol{S}_h=\begin{pmatrix} g\eta\frac{\partial d}{\partial x'}+fhv\\ g\eta\frac{\partial d}{\partial y'}-fhu\\ 0\end{pmatrix}\quad \boldsymbol{S}_q=-\frac{1}{\rho_0}\begin{pmatrix} h\left(\frac{\partial q}{\partial x'}+\frac{\partial q}{\partial \sigma}\frac{\partial \sigma}{\partial x}\right)\\ h\left(\frac{\partial q}{\partial y'}+\frac{\partial q}{\partial \sigma}\frac{\partial \sigma}{\partial y}\right)\\ \frac{\partial q}{\partial \sigma}\end{pmatrix} \tag{2.86}$$

To give a conservative formulation, the gravity surface terms are split into two terms (see Chippada (1998), Rogers (2001), Quecedo (2002), Liang or Borthwick (2009))

$$gh\frac{\partial \eta}{\partial x'}=\frac{1}{2}g\frac{\partial(h^2-d^2)}{\partial x'}-g\eta\frac{\partial d}{\partial x'}=\frac{1}{2}g\frac{\partial(\eta^2+2\eta d)}{\partial x'}-g\eta\frac{\partial d}{\partial x'} \tag{2.87}$$

$$gh\frac{\partial \eta}{\partial y'}=\frac{1}{2}g\frac{\partial(h^2-d^2)}{\partial y'}-g\eta\frac{\partial d}{\partial y'}=\frac{1}{2}g\frac{\partial(\eta^2+2\eta d)}{\partial y'}-g\eta\frac{\partial d}{\partial y'} \tag{2.88}$$

It is easily seen that if η is constant, the two terms cancel exactly. In the discrete case, this is also true if the two derivatives are calculated using the same scheme.

2.2.2 Turbulence model

The k-epsilon model

In the sigma coordinate system, the transport equations for the k-ε model are given as

$$\frac{\partial hk}{\partial t'}+\frac{\partial huk}{\partial x'}+\frac{\partial hvk}{\partial y'}+\frac{\partial h\omega k}{\partial \sigma}=hF_k+\frac{\partial}{\partial \sigma}\left(\frac{\nu_{t0}^v}{h\sigma_k^v}\frac{\partial k}{\partial \sigma}\right)+h(P_k-\epsilon) \tag{2.89}$$

$$\frac{\partial h\varepsilon}{\partial t'}+\frac{\partial hu\varepsilon}{\partial x'}+\frac{\partial hv\varepsilon}{\partial y'}+\frac{\partial h\omega\varepsilon}{\partial \sigma}=hF_\varepsilon+\frac{\partial}{\partial \sigma}\left(\frac{\nu_{t0}^v}{h\sigma_\varepsilon^v}\frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma}\right)+h\left(P_\varepsilon-c_{2\varepsilon}\frac{\varepsilon^2}{k}\right) \tag{2.90}$$

The horizontal diffusion terms are defined as

$$hF_k\approx\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{h\nu_{t0}^h}{\sigma_k^h}\frac{\partial k}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{h\nu_{t0}^h}{\sigma_k^h}\frac{\partial k}{\partial y}\right) \tag{2.91}$$

$$hF_\varepsilon\approx\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{h\nu_{t0}^h}{\sigma_\varepsilon^h}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{h\nu_{t0}^h}{\sigma_\varepsilon^h}\frac{\partial \varepsilon}{\partial y}\right) \tag{2.92}$$

In matrix form, the transport equations for *k* and *ε* may be written

$$\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t'}+\nabla\cdot\boldsymbol{F}=\boldsymbol{S} \tag{2.93}$$

where $\boldsymbol{U}=(hk,h\varepsilon)^T$ and $\boldsymbol{F}=\boldsymbol{F}^c-\boldsymbol{F}^d=(\boldsymbol{F}_x,\boldsymbol{F}_y,\boldsymbol{F}_\sigma)^T$. The flux components and the source terms can be written

$$\boldsymbol{F}_x^c=\begin{pmatrix}huk\\ hu\varepsilon\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{F}_y^c=\begin{pmatrix}hvk\\ hv\varepsilon\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{F}_\sigma^c=\begin{pmatrix}h\omega k\\ h\omega\varepsilon\end{pmatrix} \tag{2.94}$$

$$\boldsymbol{F}_x^d=\begin{pmatrix}\frac{h\nu_{t0}^h}{\sigma_k^h}\frac{\partial k}{\partial x}\\ \frac{h\nu_{t0}^h}{\sigma_\varepsilon^h}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{F}_y^d=\begin{pmatrix}\frac{h\nu_{t0}^h}{\sigma_k^h}\frac{\partial k}{\partial y}\\ \frac{h\nu_{t0}^h}{\sigma_\varepsilon^h}\frac{\partial \varepsilon}{\partial y}\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{F}_\sigma^d=\begin{pmatrix}\frac{\nu_{t0}^v}{h\sigma_k^v}\frac{\partial k}{\partial \sigma}\\ \frac{\nu_{t0}^v}{h\sigma_\varepsilon^v}\frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma}\end{pmatrix} \tag{2.95}$$

$$\boldsymbol{S}=\begin{pmatrix}h(P_k-\varepsilon)\\ h\left(P_\varepsilon-c_{2\varepsilon}\frac{\varepsilon^2}{k}\right)\end{pmatrix} \tag{2.96}$$

The k-omega model

In this section, the modified vertical velocity in the sigma coordinate system is called w_s (instead of ω). This is to distinguish it from the specific dissipation rate, ω, of turbulent kinetic energy which was introduced in section 2.1.2. In the sigma coordinate system, the transport equations for the k-ω model are given as

$$\frac{\partial hk}{\partial t'}+\frac{\partial huk}{\partial x'}+\frac{\partial hvk}{\partial y'}+\frac{\partial hw_sk}{\partial \sigma}=hF_k+\frac{\partial}{\partial \sigma}\left(\frac{\nu_{t0}^v}{h\sigma_k^v}\frac{\partial k}{\partial \sigma}\right)+h(P_k-\beta_k\omega k) \tag{2.97}$$

$$\frac{\partial h\omega}{\partial t'}+\frac{\partial hu\omega}{\partial x'}+\frac{\partial hv\omega}{\partial y'}+\frac{\partial hw_s\omega}{\partial \sigma}=hF_\omega+\frac{\partial}{\partial \sigma}\left(\frac{\nu_{t0}^v}{h\sigma_\omega^v}\frac{\partial \omega}{\partial \sigma}\right)+hF_{\omega c}+h(P_\omega-\beta_\omega\omega^2) \tag{2.98}$$

The horizontal diffusion terms are defined as

$$hF_k\approx\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{h\nu_{t0}^h}{\sigma_k^h}\frac{\partial k}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{h\nu_{t0}^h}{\sigma_k^h}\frac{\partial k}{\partial y}\right) \tag{2.99}$$

$$hF_\omega\approx\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{h\nu_{t0}^h}{\sigma_\omega^h}\frac{\partial \omega}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{h\nu_{t0}^h}{\sigma_\omega^h}\frac{\partial \omega}{\partial y}\right) \tag{2.100}$$

In matrix form, the transport equations for k and ω may be written

$$\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t'}+\nabla\cdot\boldsymbol{F}-\boldsymbol{G}=\boldsymbol{S} \tag{2.101}$$

where $\boldsymbol{U}=(hk,h\omega)^T$ and $\boldsymbol{F}=\boldsymbol{F}^c-\boldsymbol{F}^d=(\boldsymbol{F}_x,\boldsymbol{F}_y,\boldsymbol{F}_\sigma)^T$. The flux components $\boldsymbol{F}$, the cross-diffusion $\boldsymbol{G}$ and the source terms $\boldsymbol{S}$ can be written

$$\boldsymbol{F}_x^c=\begin{pmatrix}huk\\hu\omega\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{F}_y^c=\begin{pmatrix}hvk\\hv\omega\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{F}_\sigma^c=\begin{pmatrix}hw_sk\\hw_s\omega\end{pmatrix} \tag{2.102}$$

$$\boldsymbol{F}_x^d=\begin{pmatrix}\frac{h\nu_{t0}^h}{\sigma_k^h}\frac{\partial k}{\partial x}\\\frac{h\nu_{t0}^h}{\sigma_\omega^h}\frac{\partial \omega}{\partial x}\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{F}_y^d=\begin{pmatrix}\frac{h\nu_{t0}^h}{\sigma_k^h}\frac{\partial k}{\partial y}\\\frac{h\nu_{t0}^h}{\sigma_\omega^h}\frac{\partial \omega}{\partial y}\end{pmatrix},\quad \boldsymbol{F}_\sigma^d=\begin{pmatrix}\frac{\nu_{t0}^v}{h\sigma_k^v}\frac{\partial k}{\partial \sigma}\\\frac{\nu_{t0}^v}{h\sigma_\omega^v}\frac{\partial \omega}{\partial \sigma}\end{pmatrix} \tag{2.103}$$

$$\boldsymbol{G}=\begin{pmatrix}0\\hF_{\omega c}\end{pmatrix} \tag{2.104}$$

$$\boldsymbol{S}=\begin{pmatrix}h(P_k-\varepsilon)\\h(P_\omega-\beta_\omega\omega^2)\end{pmatrix} \tag{2.105}$$

3 Numerical method

The discretization in solution domain is performed using a cell-centered finite volume method (CCFV). The spatial domain is discretized by subdivision of the continuum into non-overlapping control volumes and by evaluating the field equations in integral form on these cells.

3.1 Mesh and discretization scheme

3.1.1 Mesh

The computational mesh is based on the unstructured meshes approach, which gives the maximum degree of flexibility. Control of node distribution allows for optimal usage of nodes and adaptation of mesh resolution to the relevant physical scales. The use of unstructured meshes also makes it possible to handle problems characterized by computational domains with complex boundaries.

The 3D mesh is a layered mesh. In the horizontal domain an unstructured mesh is used while in the vertical domain a structured mesh is used (see Figure 3.1). The elements are prisms with either a 3-sided or 4-sided polygonal base. Hence, the horizontal faces are either triangles or quadrilateral elements. The elements are perfectly vertical, and all layers have identical horizontal topology.

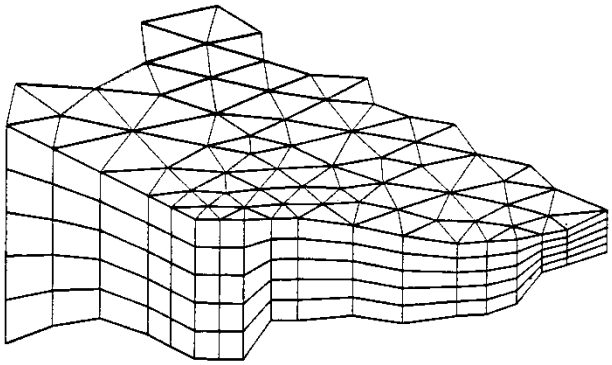


Figure 3.1 Principle of meshing

For the vertical discretization both a standard sigma discretization and a combined sigma/z-level discretization can be used. For the hybrid sigma/z-level discretization, sigma coordinates are used from the free surface to a specified depth, z_0, and z-level coordinates are used below. The different types of vertical discretization are illustrated in Figure 3.2. At least one sigma layer is needed using the sigma/z-level discretization to allow changes in the surface elevation.

Sigma

In the sigma domain a constant number of layers, $N_{\sigma,}$, is used, and the height of each sigma layer is a fixed fraction of the total depth of the sigma domain, h_σ, where $h_\sigma = \eta - \max(z_b, z_\sigma)$. The discretization in the sigma domain is given by a number of discrete σ-levels $\{\sigma_i,\ \ i = 1, (N_\sigma + 1)\}$. Here σ varies from $\sigma_1 = 0$ at the bottom interface of the lowest sigma layer to $\sigma_{N_\sigma+1} = 1$ at the free surface.

Variable sigma coordinates can be obtained using a discrete formulation of the general vertical coordinate (s-coordinate) system proposed by Song and Haidvogel (1994). First an equidistant discretization in an s-coordinate system *(-1≤ s ≤0*) is defined

$$s_i = -\frac{N_\sigma + 1 - i}{N_\sigma} \qquad i = 1, (N_\sigma + 1) \tag{3.1}$$

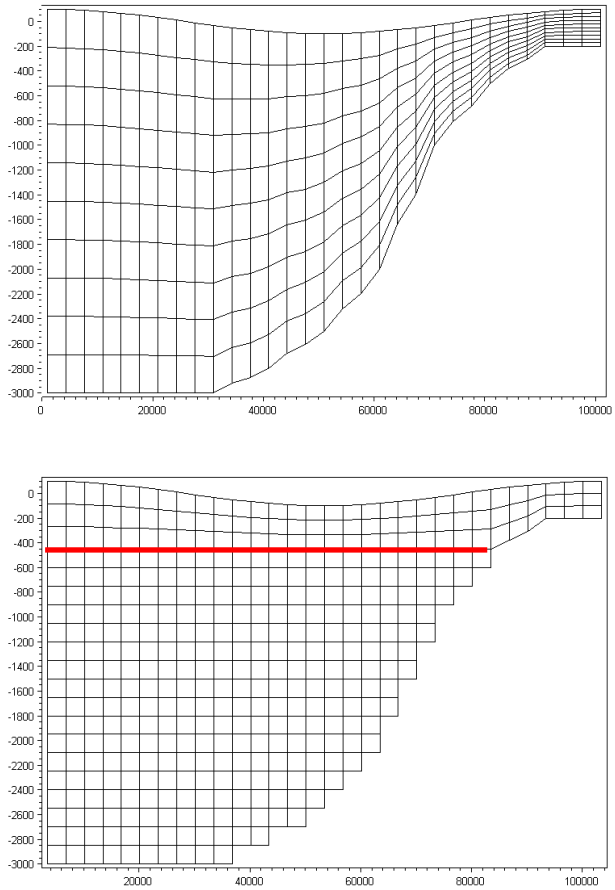


Figure 3.2 Illustrations of the different vertical grids. Upper: sigma mesh, Lower: combined sigma/z-level mesh with simple bathymetry adjustment. The red line shows the interface between the z-level domain and the sigma-level domain

The discrete sigma coordinates can then be determined by

$$\sigma_i = 1 + \sigma_c s_i + (1 - \sigma_c) c(s_i) \qquad i = 1, (N_\sigma + 1) \tag{3.2}$$

where

$$c(s) = (1 - b)\frac{\sinh(\theta s)}{\sinh(\theta)} + b\frac{\tanh\left(\theta\left(s + \frac{1}{2}\right)\right) - \tanh\left(\frac{\theta}{2}\right)}{2\tanh\left(\frac{\theta}{2}\right)} \tag{3.3}$$

Here σ_c is a weighting factor between the equidistant distribution and the stretch distribution, θ is the surface control parameter, and b is the bottom control parameter. The

range for the weighting factor is $0 < \sigma_c \leq 1$ where the value 1 corresponds to equidistant distribution, and 0 corresponds to stretched distribution. A small value of σ_c can result in linear instability. The range of the surface control parameter is $0 < \theta < 20$, and the range of the bottom control parameter is $0 \leq b \leq 1$. If $\theta \ll 1$ and $b = 0$, an equidistant vertical resolution is obtained. By increasing the value of θ, the highest resolution is achieved near the surface. If $\theta > 0$ and $b = 1$, a high resolution is obtained both near the surface and near the bottom.

Examples of a mesh using variable vertical discretization are shown in Figure 3.3 and Figure 3.4.

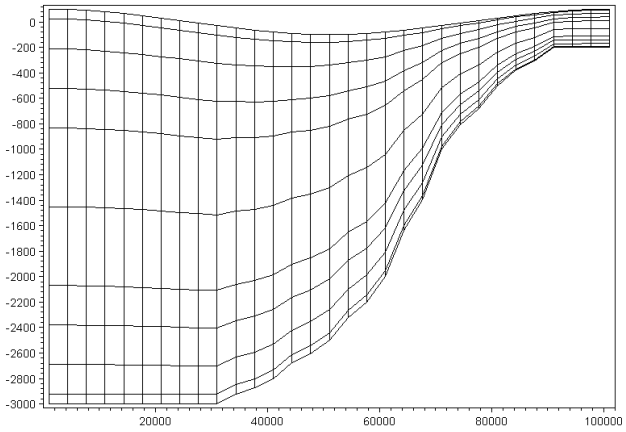


Figure 3.3 Example of vertical distribution using layer thickness distribution. Number of layers: 10, thickness of layers 1 to 10: .025, 0.075, 0.1, 0.01, 0.02, 0.02, 0.1, 0.1, 0.075, 0.025

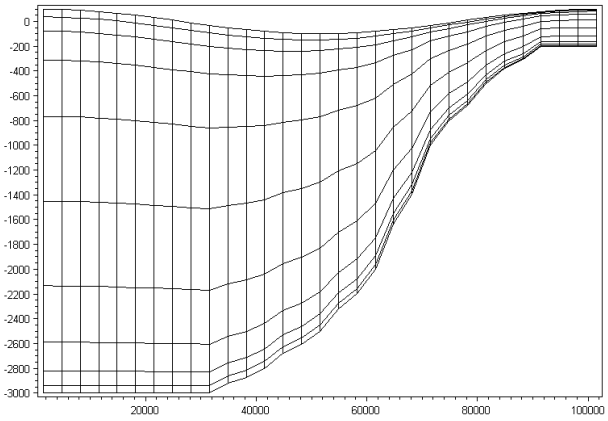


Figure 3.4 Example of vertical distribution using variable distribution. Number of layers: 10, σ_c = 0.1, θ = 5, b = 1

Combined sigma/z-level

In the z-level domain the discretization is given by a number of discrete z-levels $\{z_i,\ i = 1, (N_z + 1)\}$, where N_z is the number of layers in the z-level domain. z_1 is the minimum z-level, and z_{N_z+1} is the maximum z-level, which is equal to the sigma depth, z_σ. The corresponding layer thickness is given by

$$\Delta z_i = z_{i+1} - z_i \qquad i = 1, N_z \tag{3.4}$$

The discretization is illustrated in Figure 3.5 and Figure 3.6.

Using standard z-level discretization the bottom depth is rounded to the nearest z-level. Hence, for a cell in the horizontal mesh with the cell-averaged depth, z_b, each cell in the corresponding column in the z-domain is only included if the following criterion is satisfied

$$z_{i+1} - z_b \geq \frac{1}{2}(z_{i+1} - z_i) \qquad i = 1, N_z \tag{3.5}$$

The cell-averaged depth, z_b, is calculated as the mean value of the depth at the vertices of each cell in the horizontal mesh. To take into account the correct depth for the case where the bottom depth is below the minimum z-level ($z_1 > z_b$) a bottom fitted approach is used. Here, a correction factor, f_1, for the layer thickness in the bottom cell is introduced. The correction factor is used in the calculation of the volume and vertical face integrals. The correction factor for the bottom cell is calculated by

$$f_1 = \frac{(z_2 - z_b)}{\Delta z_1} \tag{3.6}$$

The corrected layer thickness is given by $\Delta z_1^* = f_1 \Delta z_1$. The simple bathymetry adjustment approach is illustrated in Figure 3.5.

For a more accurate representation of the bottom depth an advanced bathymetry adjustment approach can be used. For a cell in the horizontal mesh with the cell-averaged depth, z_b, each cell in the corresponding column in the z-domain is included if the following criterion is satisfied

$$z_{i+1} > z_b \qquad i = 1, N_z \tag{3.7}$$

A correction factor, f_i, is introduced for the layer thickness for these cells

$$f_i = min\left(max\left(\frac{(z_{i+1} - z_b)}{\Delta z_i}, \frac{z_{min}}{\Delta z_i}\right), 1\right) \qquad i = 2, N_z$$

$$f_i = max\left(\frac{(z_{i+1} - z_b)}{\Delta z_i}, \frac{z_{min}}{\Delta z_i}\right) \qquad i = 1 \tag{3.8}$$

A minimum layer thickness, Δz_{min}, is introduced to avoid very small values of the correction factor. The correction factor is used in the calculation of the volume and vertical face integrals. The corrected layer thicknesses are given by $\{\Delta z_i^* = f_i \Delta z_i,\ i = 1, N_z\}$. The advanced bathymetry adjustment approach is illustrated in Figure 3.6.

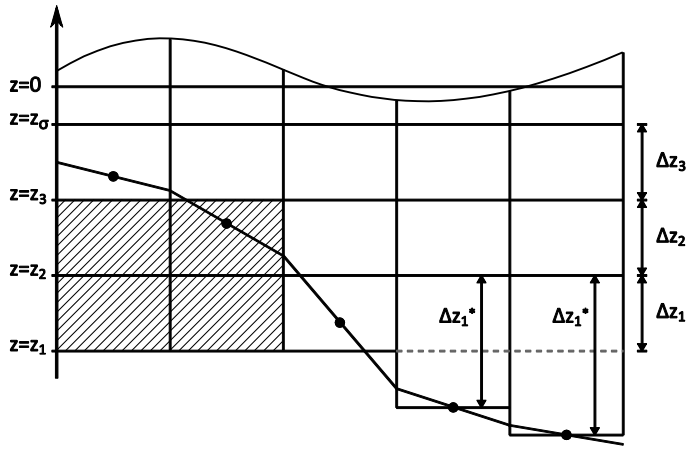


Figure 3.5 Simple bathymetry adjustment approach

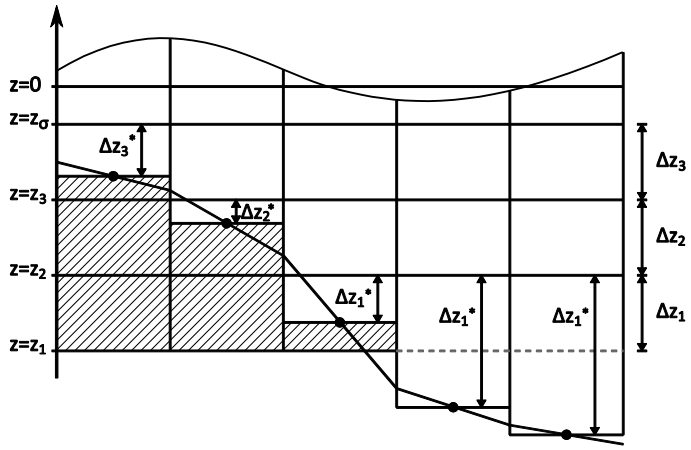


Figure 3.6 Advanced bathymetry adjustment approach

3.1.2 Discretization scheme

The discrete solution for the water depth, *h*, is defined at the centroid of the elements of the 2D horizontal mesh. The discrete solutions for the velocity components, u, v and w, and the turbulent variables, k and ε, are defined at the centroid of the elements of the 3D mesh. The non-hydrostatic pressure, q, is positioned in the centroid of the horizontal cell faces as shown in Figure 3.7. The location of the discrete non-hydrostatic pressure secures an exact representation of the surface boundary condition. The modified vertical velocity, ω, is also positioned in the centroid of the horizontal cell faces. The coordinates of the centroids are the averages of the coordinates of the cells vertices.

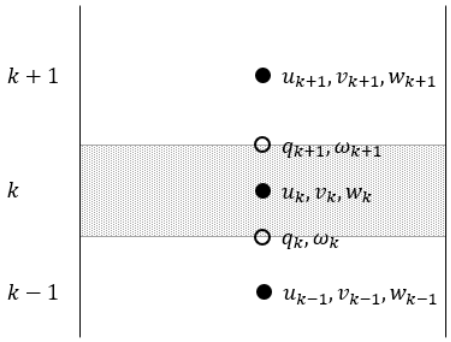


Figure 3.7 Vertical variable arrangement around layer k. Velocity components, u, v and w, are located in cell centers; non-hydrostatic pressure, q, is located in cell interfaces

3.2 Finite volume method

The matrix form of the governing equations presented in Chapter 2 can be written as

$$\frac{\partial \boldsymbol{W}}{\partial t} + \nabla \cdot \boldsymbol{F}(\boldsymbol{W}) = \boldsymbol{S} \tag{3.9}$$

Integrating Eq. (3.9) over the *i*th cell and using Gauss's theorem to rewrite the flux integral gives

$$\int_{V_i} \frac{\partial \boldsymbol{W}}{\partial t} d\Omega + \int_{\Gamma_i} (\boldsymbol{F}(\boldsymbol{W}) \cdot \boldsymbol{n})\, d\Gamma = \int_{V_i} \boldsymbol{S}(\boldsymbol{W}) d\Omega \tag{3.10}$$

where V_i is the volume of the *i*th cell, Ω is the integration variable defined on V_i, Γ_i is the boundary of the *i*th cell and Γ is the integration variable along the boundary. $\boldsymbol{n} = (n_x, n_y, n_z)^T$ is the unit outward normal vector along the boundary. Evaluating the volume integrals by a one-point quadrature rule, the quadrature point being the centroid of the cell, and evaluating the boundary integral using a mid-point quadrature rule, Eq. (3.10) can be written

$$\frac{\partial \boldsymbol{W}_i}{\partial t} + \frac{1}{V_i} \sum_{j}^{NF} \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{n}_{ij} \Delta\Gamma_{ij} = \boldsymbol{S}_i \tag{3.11}$$

Here $\boldsymbol{W}_i$ and $\boldsymbol{S}_i$, respectively, are average values of $\boldsymbol{W}$ and $\boldsymbol{S}$ over the *i*th cell and stored at the cell centre. NF is the number of faces of the cell and the face ij is common to the cells associated with $\boldsymbol{W}_i$ and $\boldsymbol{W}_j$. $\Delta\Gamma_{ij}$ is the area of the face ij, and $\boldsymbol{n}_{ij}$ is the restriction of $\boldsymbol{n}$ to the face ij.

The normal flux $\boldsymbol{F}_n(\boldsymbol{W}_L, \boldsymbol{W}_R) = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{W}_L, \boldsymbol{W}_R) \cdot \boldsymbol{n}_{ij}$ is determined from the variables, $\boldsymbol{W}_L$ and $\boldsymbol{W}_R$, to the left and right of the face ij. Using a first order scheme $\boldsymbol{W}_L = \boldsymbol{W}_i$ and $\boldsymbol{W}_R = \boldsymbol{W}_j$. Second-order spatial accuracy is achieved by employing a linear gradient-reconstruction technique. The face value at the vertical faces for the variable W in cell i is obtained by

$$W(x, y) = W_i + \nabla W_i \cdot \boldsymbol{r} \tag{3.12}$$

where (x,y) is the point where the value is required, $\boldsymbol{r}$ is the distance vector from the cell centre to the point (x,y) and ∇W_i is the gradient vector. For estimation of the gradient vector the Green-Gauss gradient approach is utilized. Here the procedure proposed by

Jawahar and Kamath (2000) is used. This procedure is based on a wide computational stencil to improve accuracy also for meshes with poor connectivity. The vertex (node) value is computed using the pseudo-Laplacian procedure proposed by Holmes and Connell (1989).

3.3 Numerical solution of the Navier-Stokes equations

3.3.1 Time integration

The time integration of the Navier-Stokes equations is performed using a semi-implicit scheme. The vertical convective and diffusive terms are discretized using an implicit scheme to remove the stability limitations associated with the vertical resolution. Here a second order implicit trapezoidal method is used (see Lambert (1973) and Hirsch (1990)). The remaining terms are discretized using a two-stage explicit second-order Runge-Kutta scheme (the midpoint method). The non-hydrostatic pressure is treated by a fractional step approach developed by Chorin (1968) called the projection method which is based on the Helmholtz-Hodge decomposition. In the sigma coordinate system, the integration procedure is

Stage 1:

$$\frac{h^{n+1/2}-h^n}{\Delta t/2} = -\left(\frac{\partial F_x^c}{\partial x'} + \frac{\partial F_y^c}{\partial y'}\right)^n \tag{3.13}$$

$$\frac{\boldsymbol{U}^* - \boldsymbol{U}^n}{\Delta t/2} = -\left(\frac{\partial \boldsymbol{F}_x^m}{\partial x'} + \frac{\partial \boldsymbol{F}_y^m}{\partial y'}\right)^n - \frac{1}{2}\left(\left(\frac{\partial \boldsymbol{F}_\sigma^m}{\partial \sigma}\right)^* + \left(\frac{\partial \boldsymbol{F}_\sigma^m}{\partial \sigma}\right)^n\right) + \boldsymbol{S}_h^n + \boldsymbol{S}_q^n \tag{3.14}$$

$$\frac{\boldsymbol{U}^{n+1/2} - \boldsymbol{U}^\star}{\Delta t/2} = \boldsymbol{S}_q^* \tag{3.15}$$

Stage 2:

$$\frac{h^{n+1}-h^n}{\Delta t} = -\left(\frac{\partial F_x^c}{\partial x'} + \frac{\partial F_y^c}{\partial y'}\right)^{n+1/2} \tag{3.16}$$

$$\frac{\boldsymbol{U}^* - \boldsymbol{U}^n}{\Delta t} = -\left(\frac{\partial \boldsymbol{F}_x^m}{\partial x'} + \frac{\partial \boldsymbol{F}_y^m}{\partial y'}\right)^{n+1/2} - \frac{1}{2}\left(\left(\frac{\partial \boldsymbol{F}_\sigma^m}{\partial z}\right)^* + \left(\frac{\partial \boldsymbol{F}_\sigma^m}{\partial z}\right)^n\right) + \boldsymbol{S}_h^{n+1/2} + \boldsymbol{S}_q^{n+1/2} \tag{3.17}$$

$$\frac{\boldsymbol{U}^{n+1} - \boldsymbol{U}^\star}{\Delta t} = \boldsymbol{S}_q^* \tag{3.18}$$

Calculating $\boldsymbol{S}_q^*$ requires knowledge of the non-hydrostatic pressure, q. The pressure is calculated solving a Poisson equation. The modified vertical velocity is calculated after the update of the water depth from Eq. (2.74).

Due to the explicit scheme, the time step interval, Δt, is restricted by the Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) condition

$$C = \Delta t \frac{\left(\sqrt{gh} + |u|\right) + \left(\sqrt{gh} + |v|\right)}{\Delta l} \leq C_{max} \tag{3.19}$$

where C is the Courant number and Δl is a characteristic length. C_{max} is the maximum Courant number and must be less than or equal to 1. A variable time step interval is used in the time integration of the Navier-Stokes equations and determined so that the Courant number is less than a maximum Courant number in all computational nodes. The characteristic length for a prism, where the horizontal face is a quadrilateral element, is determined as the area of the element divided by the longest edge length of the element. If the horizontal face is a triangular element, the characteristic length is two times the area divided by the longest edge length.

3.3.2 Poisson equation

The Poisson equation is derived by differentiating the three components of the vector Eq. (3.15) and (3.18) by x', y' and σ and substituting the resulting expressions back into the continuity equation

$$\frac{\partial u}{\partial x'}+\frac{\partial u}{\partial \sigma}\frac{\partial \sigma}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y'}+\frac{\partial v}{\partial \sigma}\frac{\partial \sigma}{\partial y}+\frac{1}{h}\frac{\partial w}{\partial \sigma}=0 \tag{3.20}$$

The resulting Poisson equation in sigma coordinates reads

$$\frac{\partial^2 q}{\partial x'^2}+\frac{\partial^2 q}{\partial y'^2}+\left(A_x^2+A_y^2+A_z^2\right)\frac{\partial^2 q}{\partial \sigma^2}+2A_x\frac{\partial^2 q}{\partial x'\partial \sigma}+2A_y\frac{\partial^2 q}{\partial y'\partial \sigma}+\left(\frac{\partial A_x}{\partial x'}+\frac{\partial A_y}{\partial y'}\right)\frac{\partial q}{\partial \sigma}=\frac{\rho_0}{\Delta t^*}\left(\frac{\partial u^\star}{\partial x'}+\frac{\partial v^\star}{\partial y'}+A_x\frac{\partial u^\star}{\partial \sigma}+A_y\frac{\partial v^\star}{\partial \sigma}+A_z\frac{\partial w^\star}{\partial \sigma}\right) \tag{3.21}$$

In the first stage $\Delta t^*=\Delta t/2$, and in the second stage $\Delta t^*=\Delta t$. The Poisson equation in Cartesian coordinate reads

$$\frac{\partial^2 q}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 q}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 q}{\partial z^2}=\frac{\rho_0}{\Delta t^*}\left(\frac{\partial u^\star}{\partial x}+\frac{\partial v^\star}{\partial y}+\frac{\partial w^\star}{\partial z}\right) \tag{3.22}$$

The surface and bottom boundary conditions for the non-hydrostatic pressure, q, in the sigma coordinate system are

at $z=\eta$

$$q=0 \tag{3.23}$$

$at\ z=-d$

$$\frac{\partial q}{\partial \sigma}=0 \tag{3.24}$$

For applications where the still water depth, d, is changing in time the following bottom boundary condition is used

$$\frac{\partial q}{\partial \sigma}=\rho_0 h\frac{\partial^2 d}{\partial t^2} \tag{3.25}$$

In a Cartesian coordinate system, the boundary condition at the bottom is

$$\frac{\partial \mathrm{q}}{\partial \mathrm{z}}=0 \tag{3.26}$$

3.3.3 Space discretization

The space discretization is performed using the finite volume method as described in Section 3.2. In this section the focus is on the discretization for the equations in the sigma coordinate system.

The normal convective flux $\boldsymbol{F}_n(\boldsymbol{U}) = \left(f_1, f_2, f_3, f_4\right)$ at the vertical faces in the sigma domain can be written

$$\boldsymbol{F}_n(\boldsymbol{U}) = \begin{pmatrix} hu_\perp \\ huu_\perp + \frac{1}{2}g(\eta^2 + 2\eta d)n_x \\ hvu_\perp + \frac{1}{2}g(\eta^2 + 2\eta d)n_y \\ hwu_\perp \end{pmatrix} \tag{3.27}$$

where $\boldsymbol{U} = (h, hu, hv, hw)^T$ is the solution vector, and $u_\perp = un_x + vn_y$ is the velocity perpendicular to the cell face. Here f_1 is the contribution to the continuity equation, and f_2, f_3 and f_4 are the contributions to the three momentum equations. This flux is reconstructed at cell-interfaces using the HLLC scheme introduced by Toro et al. (1994) for solving the Euler equations. The shock-capturing scheme enables robust and stable simulation of flows involving shocks or discontinuities such as bores and hydraulic jumps. This is essential for modelling of waves in the breaking zone or porous structures. The interface flux is computed as follows (see Toro (2001))

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{U}_L, \boldsymbol{U}_R) \cdot \boldsymbol{n} = \begin{cases} \boldsymbol{F}_L & if\ S_L \geq 0 \\ \boldsymbol{F}_{*L} & if\ S_L < 0 \leq S_* \\ \boldsymbol{F}_{*R} & if\ S_* < 0 \leq S_R \\ \boldsymbol{F}_R & if\ S_R \leq 0 \end{cases} \tag{3.28}$$

where $\boldsymbol{F}_L = \boldsymbol{F}_n(\boldsymbol{U}_L)$ and $\boldsymbol{F}_R = \boldsymbol{F}_n(\boldsymbol{U}_R)$ are calculated from Eq. (3.27), and the middle region fluxes, $\boldsymbol{F}_{*L}$ and $\boldsymbol{F}_{*R}$ are given by

$$\boldsymbol{F}_{*L} = \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 n_x - u_{\parallel L} e_1 n_y \\ e_2 n_y + u_{\parallel L} e_1 n_x \\ e_3 \end{pmatrix} \tag{3.29}$$

$$\boldsymbol{F}_{*R} = \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 n_x - u_{\parallel R} e_1 n_y \\ e_2 n_y + u_{\parallel R} e_1 n_x \\ e_3 \end{pmatrix} \tag{3.30}$$

Here $u_\parallel = -un_y + vn_x$ is the velocity tangential to the cell face, and (e_1, e_2, e_3) is the component of the normal flux which is calculated using the HLL solver proposed by Harten et al. (1983)

$$\boldsymbol{E} = \frac{S_R \widehat{\boldsymbol{E}}_L - S_L \widehat{\boldsymbol{E}}_R + f_{HLLC} S_L S_R \left(\widehat{\boldsymbol{U}}_R - \widehat{\boldsymbol{U}}_L\right)}{S_R - S_L} \tag{3.31}$$

Here $\widehat{\boldsymbol{U}} = (h, hu_\perp, h\omega)^T$ and $\widehat{\boldsymbol{E}} = \left(hu_\perp, hu_\perp u_\perp + \frac{1}{2}g(\eta^2 + 2\eta d), h\omega\right)^T$. To be able to scale the damping introduced by the HLLC solver a scaling factor f_{HLLC} has been introduced, where the factor must be in the interval [0,1]. The scaling factor, $f_{HLLC} = 1$, corresponds to the standard HLLC solver.

An appropriate method for approximating the wave speeds is essential for the efficiency of the HLLC solver. Different approximations can be found in the literature, e.g. Fraccarollo and Toro (1994). Here the approach used by Song et al. (2011) is used

$$S_L = \begin{cases} u_{\perp R} - 2\sqrt{gh_R} & h_L = 0 \\ min\left(u_{\perp L} - \sqrt{gh_L}, u_{\perp *} - \sqrt{gh_*}\right) & h_L > 0 \end{cases} \tag{3.32}$$

and

$$S_R = \begin{cases} u_{\perp L} + 2\sqrt{gh_L} & h_R = 0 \\ max\left(u_{\perp R} + \sqrt{gh_R}, u_{\perp *} + \sqrt{gh_*}\right) & h_R > 0 \end{cases} \tag{3.33}$$

where the Roe-averaged quantities

$$u_{\perp *} = \frac{u_{\perp L}\sqrt{h_L} + u_{\perp R}\sqrt{h_R}}{\sqrt{h_L} + \sqrt{h_R}} \tag{3.34}$$

$$h_* = \frac{1}{2}(h_L + h_R) \tag{3.35}$$

The speed S_* is given by the

$$S_* = \frac{S_L h_R(u_{\perp R} - S_R) - S_R h_L(u_{\perp L} - S_L)}{h_R(u_{\perp R} - S_R) - h_L(u_{\perp L} - S_L)} \tag{3.36}$$

The convective flux at the horizontal faces is calculated using a second-order upwinding scheme. The diffusive flux at the cell interfaces is approximated by a central scheme. This vertical discretization results in a linear five-diagonal system which has to be solved for each column of the discrete momentum equation.

Discretization of the Poisson pressure equation is performed by integrating over the individual control volumes. The procedure results in a large sparse linear system that needs to be solved in each of the two stages in the time integration procedure. This sparse linear system of equations is solved using an iteractive solver from the PETSc library, Balay (2017). More specifically, the iterative solver is the restarted Generalized Minimal Residual method (GMRES), which for single-subdomain simulations is preconditioned with a two-level incomplete LU factorization, ILU(2). For multi-subdomain simulations the Block Jacobi preconditioner is used, where each block is solved with ILU(2). Each block coincides with the division of variables over the processors. See Chapter 5 for further details on single- and multi-subdomain simulations.

3.3.4 Flooding and drying

The approach for treatment of the moving boundaries (flooding and drying fronts) problem is based on the work by Zhao et al. (1994) and Sleigh et al. (1998). When the depths are small the problem is reformulated, and only when the depths are very small the elements/cells are removed from the calculation. The reformulation is made by setting the momentum fluxes to zero and only taking the mass fluxes into consideration.

The depth in each element is monitored and the elements are classified as dry, partially dry or wet. Also, the element faces are monitored to identify flooded element faces.

- An element face is defined as flooded if the water depth at one side of a face is less than a tolerance depth, h_{dry}, and the water depth at the other side of the face is larger than a tolerance depth, h_{wet}.
- An element is dry if the water depth is less than a tolerance depth, h_{dry}, and none of the element faces are flooded faces. The element is removed from the calculation.
- An element is partially dry if the water depth is larger than h_{dry} and less than a tolerance depth, h_{wet}, or when the depth is less than h_{dry}, and one of the element faces is a flooded face. The momentum fluxes are set to zero, and only the mass fluxes are calculated.
- An element is wet if the water depth is bigger than h_{wet}. Both the mass flux and the momentum flux are calculated.

A non-physical flow across the face will be introduced for a flooded face when the surface elevation in the wet element on one side of the face is lower than the bed level in the partially wet element on the other side. To overcome this problem the face will be treated as a closed boundary (Section 3.3.7).

In case the water depth becomes negative, the water depth is set to zero, and the water is subtracted from the adjacent elements to maintain mass balance. When this occur the water depth at the adjacent elements may become negative. Therefore, an iterative correction of the water depth is applied (max. 100 iterations). Normally only one or a few correction steps are needed.

3.3.5 Sponge layer

Sponge (or absorbing) layers can be used as efficient numerical wave absorbers in wave simulations. These could be set up along model boundaries to provide radiation boundary conditions, which absorb wave energy propagating out of the model area.

The implemented method is based on the sponge layer technique introduced by Larsen and Dancy (1983). In the sponge layer the calculated surface elevation, η, and the velocities u, v and w, are corrected at every time step as

$$\eta = \frac{\eta - \eta^{ref}}{c} + \eta^{ref} \qquad u = \frac{u}{c} \qquad v = \frac{v}{c} \qquad w = \frac{w}{c} \tag{3.37}$$

where c is the sponge coefficient, and η^{ref} is the reference level.

To minimize reflections, the values of the sponge layer coefficient, c, should be close to unity along the front edge of the sponge layer and should increase smoothly towards the closed/land boundary. When selecting the sponge layer coefficient, c, the following formula has been found to work well

$$c = a^{r^{s/\Delta s}}, \quad 0 \le s \le w \tag{3.38}$$

where w is the width of the sponge layer, and a and r are assigned constant values. s is the distance from the closed boundary, and Δs is the characteristic size of the elements in the sponge layer area. Depending on ratio $w/\Delta s$ you may use the values listed in Table 3.1.

Table 3.1 Recommended values for sponge layer coefficients

w/Δs	a	r
10	5	0.5
20	7	0.7
50	10	0.85
100	10	0.92
200	10	0.95

3.3.6 Internal wave generation

The relaxation zone technique is applied for wave generation and absorption. Here a relaxation function is applied to introduce the analytical solution for the incoming waves smoothly into the calculation domain. The analytical solution is the target solution and contains values from the chosen wave theory for the surface elevation, the velocities and the pressure. The relaxation zone is defined as the area to the right of the polyline when positioned at the starting point and looking forward along the line (see Figure 3.8). The target and the computed solution are weighted in the relaxation zone after each step in the time integration

$$\theta = \alpha\theta_{Computed} + (1-\alpha)\theta_{Target} \tag{3.39}$$

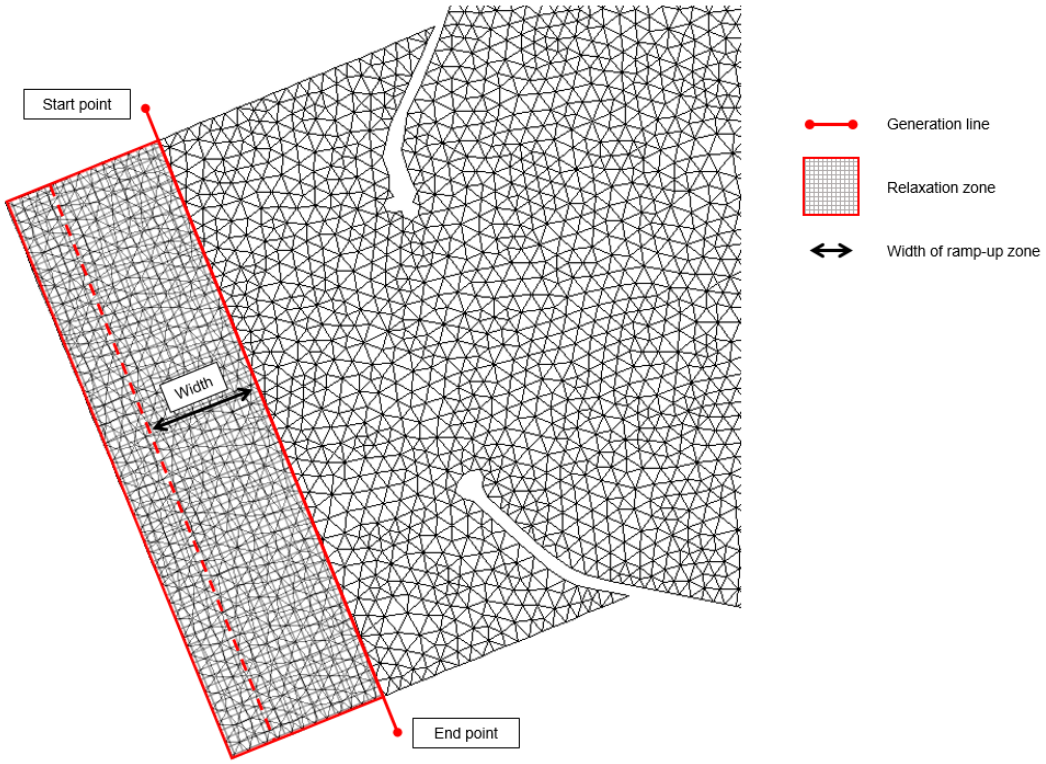


Figure 3.8 The relaxation zone is the area to the right of the generation line when looking forward along the line from the starting point. The width of the ramp-up zone is specified by the width parameter.

where θ represents the surface elevation, velocity component and non-hydrostatic pressure. For the surface elevation and velocities the ramp up factor, α, is given as

$$\begin{aligned} \alpha &= 1 - \frac{exp(s^f)-1}{\exp(1)-1} && 0 \le s \le 1 \\ \alpha &= 0 && s > 1 \end{aligned} \tag{3.40}$$

Here, s is the distance from the polyline divided by the width of the ramp up zone, and f is the ramp up factor. The value $f = 3.5$ is applied. For the non-hydrostatic pressure, q, the target value is applied as a Dirichlet condition for $s > 1$. Hence, here the ramp up factor is given by

$$\begin{aligned} \alpha &= 1 && 0 \le s \le 1 \\ \alpha &= 0 && s > 1 \end{aligned} \tag{3.41}$$

For unidirectional regular waves Stokes theory (1th and 5th order) and stream function theory (Fenton (1988)) can be applied. For irregular waves the single summation method is applied. Here a single direction is assigned to each discrete frequency. A range of standard formulations for the frequency spectrum and the directional distribution are applied.

3.3.7 Boundary conditions

At the lateral closed (solid) boundaries, either a condition of zero velocity or a condition of zero normal velocity is imposed. A condition of zero velocity, $u = v = w = 0$, is also called a no-slip condition. For a condition with zero normal velocity, $u_\perp = 0$, the normal flux vector is

$$\boldsymbol{F}_n(\boldsymbol{U}) = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} g(\eta^2 + 2\eta d) n_x \\ \frac{1}{2} g(\eta^2 + 2\eta d) n_y \\ 0 \end{pmatrix} \tag{3.42}$$

For the zero normal velocity condition, a wall friction can be applied, see section 4.3. If the normal velocity is zero and there is no wall friction, the tangential stress is set to zero and this boundary condition is sometimes called a full-slip condition. At the lateral closed boundaries, the normal pressure gradient is zero.

3.4 Numerical solution of the Transport equations

3.4.1 Time integration

The time integration is performed using either a first order explicit Euler method or a second-order explicit Runge-Kutta scheme (the midpoint method). However, to overcome the severe time step restriction due to small vertical grid spacing, the vertical convective and diffusive terms are treated implicitly. The vertical diffusion term is treated using a second order implicit trapezoidal method. The vertical convective term is treated either using the explicit method or an implicit Euler method, and the same method is used for all discrete equations in a column of the 3D mesh. The explicit method is used when the following criteria are satisfied

Sigma domain

$$\frac{\omega_i \Delta t}{\Delta \sigma_i} < \frac{1}{2} \tag{3.43}$$

z-level domain

$$\frac{w_i \Delta t}{\Delta z_i} < \frac{1}{2} \tag{3.44}$$

for all elements in the column. Here ω_i is the modified vertical velocity and $\Delta\sigma_i$ the vertical grid spacing in the sigma domain. w_i is the vertical velocity and Δz_i the vertical grid spacing in the z-level domain. Finally, Δt is the discrete time step interval. For details of the time integration methods, see Lambert (1973) and Hirsch (1990).

The transport equations for the turbulence model are solved using the same time step as used for solving the Navier-Stokes equations.

3.4.2 Spatial discretization

The normal flux due to the convective terms at the vertical faces is calculated using simple upwinding. It is calculated as the mass flux times the values in the upwind direction. Both a first order and a second order scheme can be applied for the spatial discretization. The second order version approximates the horizontal gradients to obtain second order accurate values at the vertical faces (see Section 3.2). To provide stability and minimize oscillatory effects, an ENO (Essentially Non-Oscillatory) type procedure is applied to limit the horizontal gradients in combination with a simple min-max face value limiter. When the explicit time integration approach is used for the vertical convective terms, the calculation of the normal flux due to the convective terms at the horizontal faces is performed using a 3rd order ENO procedure (Shu, 1997). When the implicit time integration approach is used for the vertical convective terms the normal flux is calculated using a first-order upwinding scheme.

3.4.3 Boundary conditions

Solving the transport equations for the turbulence model, the lateral closed boundary conditions depend on the boundary conditions for the flow equations. In case of no-slip condition or in case of zero normal velocity where wall friction is applied, a Dirichlet boundary condition is applied. The values in the elements at the wall are calculated using the wall functions in eq. (2.59) . In this case, $\Delta y = \Delta y_w$ is the distance to the wall from the center of the elements and $U_\tau = U_{\tau w}$ is the friction velocity associated with the wall stress, see section 4.3. In case of zero normal velocity without wall friction, the normal convective flux is zero, and the normal gradient of the transport variables is zero.
zero.

3.5 Time stepping procedure

The solution is determined at sequence of discrete times

$$t^k = t^0 + k\Delta t_{overall} \qquad k = 0, 1, 2, 3 \ldots \tag{3.45}$$

where $\Delta t_{overall}$ is the overall time step interval. The time steps for the hydrodynamic calculations are dynamic.

At the actual time t in the interval $t^{k-1} < t \leq t^k$ the new time step interval is determined using the following procedure

$$\Delta t^* = C_{max} min\left(\frac{\Delta l}{\left(\sqrt{gh_i} + |u_i|\right) + \left(\sqrt{gh_i} + |v_i|\right)}\right) \tag{3.46}$$

$$\Delta t^{**} = min\left(max(\Delta t, \Delta t_{min}), \Delta t_{max}\right) \tag{3.47}$$

$$\Delta t = \frac{t^k - t}{int\left(\frac{(t^k - t)}{\Delta t^{**}}\right) + 1} \tag{3.48}$$

Here Δt_{min} and Δt_{max} are the minimum and maximum time steps, respectively, and int is the whole number of $(t^k - t)/\Delta t$. This procedure secures that the time steps for the hydrodynamic calculations are synchronized at the overall discrete time steps.

4 Physics

4.1 Eddy viscosity

Both the vertical and horizontal eddy viscosity can be derived solving a turbulence closure model (see section 2.1.2). In that case the eddy viscosity is calculated using eq. (2.18) or (2.39). In some applications, a constant eddy viscosity can be used for the horizontal eddy viscosity. Alternatively, Smagorinsky (1963) proposed to express sub-grid scale transports by an effective eddy viscosity related to a characteristic length scale. The sub-grid scale eddy viscosity is given by

$$\nu_t^h = c_s^2 l^2 \sqrt{2\left(S_{xx}S_{xx} + 2S_{xy}S_{xy} + S_{yy}S_{yy}\right)} \tag{4.1}$$

where c_s is a constant, l is a characteristic length and the deformation rate is given by

$$S_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad S_{xy} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \quad S_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} \tag{4.2}$$

For more details on this formulation, the reader is referred to Lilly (1967), Leonard (1974), Aupoix (1984), and Horiuti (1987).

4.2 Bed resistance

The bottom stress, $\boldsymbol{\tau}_b = (\tau_{bx}, \tau_{bx})$ is determined by a quadratic friction law

$$\frac{\boldsymbol{\tau}_b}{\rho_0} = c_f \boldsymbol{u}_b |\boldsymbol{u}_b| \tag{4.3}$$

where c_f is the drag coefficient, and, $\boldsymbol{u}_b = (u_b, v_b)$ is the flow velocity at a distance Δz_b above the seabed, and the drag coefficient is determined by assuming a logarithmic profile between the seabed and a point Δz_b above the seabed

$$c_f = \frac{1}{\left(\frac{1}{\kappa}\ln\left(\max\left(\frac{\Delta z_b}{z_0}, 2\right)\right)\right)^2} \tag{4.4}$$

where $\kappa = 0.41$ is the von Kármán constant, and z_0 is the bed roughness length scale. When the boundary surface is rough, z_0 depends on the roughness height, k_s, trough

$$z_0 = m k_s \tag{4.5}$$

where m is approximately 1/30.

The friction velocity associated with the bottom stress is given by

$$U_{\tau b} = \sqrt{c_f |\boldsymbol{u}_b|^2} \tag{4.6}$$

A semi-implicit discretization is used to get a stable solution for small water depths, which for element i reads

First stage:

$$\frac{\boldsymbol{\tau}_{bi}^{n+1/2}}{\rho_0} = c_f^n |\boldsymbol{u}_i^n| \boldsymbol{u}_i^* \tag{4.7}$$

Second stage:

$$\frac{\boldsymbol{\tau}_{bi}^{n+1}}{\rho_0} = c_f^n \left|\boldsymbol{u}_i^{n+1/2}\right| \boldsymbol{u}_i^* \tag{4.8}$$

Here the $*$ indicates the provisional value of the velocity.

4.3 Wall friction

For closed lateral boundary with zero normal velocity and wall friction, the stress $\boldsymbol{\tau}_w$ tangential to the wall is determined by a quadratic friction law

$$\boldsymbol{\tau}_w = \rho_0 c_f \boldsymbol{u}_{wall} |\boldsymbol{u}_{wall}| \tag{4.9}$$

Here, c_f is the drag coefficient and $\boldsymbol{u}_{wall}$ is the velocity tangential to the wall at a distance Δy_w to the wall; $\boldsymbol{u}_{wall}$ and Δy_w are evaluated at the cell center. The drag coefficient is given by

$$c_f = \frac{1}{\left(\frac{1}{\kappa}\ln\left(\max\left(\frac{\Delta y_w}{y_0}, 2\right)\right)\right)^2} \tag{4.10}$$

where $\kappa = 0.41$ is the von Kármán constant and y_0 is the wall roughness length scale given by

$$y_0 = m k_s \tag{4.11}$$

The parameter k_s is a wall roughness height and $m \approx 1/30$. Furthermore, the friction velocity $U_{\tau w}$ at the wall is determined as follows (Fuhrman et. al. (2014)).

$$U_{\tau w} = \sqrt{c_f |\boldsymbol{u}_{wall}|^2} \tag{4.12}$$

For a closed lateral boundary with zero velocity (i.e., a no-slip condition), the friction velocity can be determined using the law of the wall (Bredberg (2008), Wilcox (1998))

$$\frac{|\boldsymbol{u}_{wall}|}{U_{\tau w}} = \frac{1}{\kappa}\ln\left(\frac{U_{\tau w}\Delta y_w}{\nu}\right) + B \tag{4.13}$$

Here, ν is the kinematic viscosity of water and $B = 5.1$ is an empirically determined constant. Eq. (4.13) is solved iteratively to find $U_{\tau w}$, the friction velocity at the wall, and this value can be used in the boundary conditions of the turbulence models described in section 2.1.2.

4.4 Porosity

For wave simulations, the governing equations have been modified to include porosity and the effects of non-Darcy flow through porous media. In this way, it is possible to model partial reflection, absorption and transmission of wave energy at porous structures such as rubble mound breakwaters.

The main effects of porosity are introduced by additional laminar and turbulent friction terms for describing losses due to flow through a porous structure. In most practical cases the pore sizes are relatively large (typically 0.1m to 1.0m), and the turbulent losses will dominate. The laminar loss term has also been included to allow the simulation of small scale physical model tests.

The flow resistance inside the porous structure is described by the linear and non-linear resistance forces expressed as

$$\boldsymbol{F} = \rho a \boldsymbol{u} + \rho b |\boldsymbol{u}| \boldsymbol{u} \tag{4.14}$$

where a and b are resistance coefficients accounting for the laminar and turbulent friction loss, respectively, $\boldsymbol{u} = (u, v, w)$ is the velocity vector, and the magnitude of the flow velocity is defined by $|\boldsymbol{u}| = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$. a and b are determined by the empirical expressions formulated by van Gent (1995) and Liu et al. (1999)

$$a = \alpha \frac{(1-n)^2}{n^3} \frac{\vartheta}{D_{50}^2} \tag{4.15}$$

$$b = \beta \left(1 + \frac{7.5}{KC}\right) \frac{(1-n)}{n^2} \frac{1}{D_{50}} \tag{4.16}$$

Where n is the porosity, α and β are user specified coefficients, ϑ is the kinematic viscosity and D_{50} is the grain diameter of the porous materials. KC is the Keulegan-Carpenter number defined as

$$KC = \frac{u_m T}{n D_{50}} \tag{4.17}$$

where u_m is the maximum oscillating velocity, and T is the period of the oscillation. u_m is approximated by the magnitude of the flow velocity.

In the momentum equations the time derivative terms are multiplied by a factor $(1 + C_m)$ where C_m is the added mass coefficient to take transient interaction between grains and water into account. van Gent (1995) gave C_m as

$$c_m = \gamma \frac{1-n}{n} \tag{4.18}$$

where γ is an empirical coefficient, which takes the value 0.34.

In the transport equations for the k-ε model additional production terms are included for porous media flow following the approach by Nakayama and Kuwahara (1999) and Hsu et al. (2002).

In the sigma domain the z-coordinate (in the physical domain) of the element centers is varying in time. Therefore the porosity has to be updated at each calculation step. Here, a

bilinear interpolation is applied for mapping the specified porosity map onto the calculation mesh.

5 Parallelization

The MIKE 3 Wave Model FM is parallelized for shared-memory multiprocessor/multicore computers using OpenMP. This parallelization is performed by adding compiler directives to the code. To improve performance and to be able to perform simulations on large massively parallel distributed-memory computers and clusters, MIKE 3 Wave Model FM has also been parallelized using domain decomposition concept and Message Passing Interface (MPI). Given the number of processor cores allocated to a simulation, the computational mesh is partitioned into subdomains, and the workload associated with each domain is distributed between the allocated cores. The data exchange between domains is performed by message passing using the Intel MPI Library, which has multi fabric message passing capabilities. It allows the use of mixed communication between the domains. Thus, domains will exchange data via the fastest communication interface – in ranked order: shared memory, InfiniBand, Ethernet, etc.. The implementation uses a hybrid approach (OpenMP and MPI).

5.1 The domain decomposition

The domain partitioning is performed using the METIS graph partitioning library (Karypis and Kumar, (1998, 1999)). The computational mesh is converted into a graph, and then METIS uses a multi-level graph partitioning scheme to split the graph into subgraphs, representing the partitioned subdomains, which are distributed among the allocated cores. METIS computes a balanced partitioning that minimizes the connectivity of the subdomains. This partitioning is performed based on the 2D (horizontal) mesh. Using a 2D mesh to partition a 3D domain can cause unbalanced partitioning. When combined sigma/z-level discretization is used in 3D flow calculations, the number of vertical elements can vary significantly across the domain. This difference in the number of vertical elements can lead to an unbalanced partitioning. To get a balanced partitioning for a 3D mesh, weights corresponding to the actual number of vertical elements associated to each vertex of the graph are used. The partitioning is then made so that the sum of vertex-weights is the same for all subdomains. Hence, with both 2D and 3D meshes, the partitioning strategy ensures that the difference in the number of elements in all subdomains is minimized.

The chosen numerical scheme for the discretization in the spatial domain requires an overlapping domain decomposition. It is based on the halo-layer (“ghost”-cells) approach, where each subdomain contains elements from connected subdomains. This overlap is needed, because calculations require values from the connecting elements. Thus, calculations of some elements at the border between subdomains require values from the connected subdomains.

5.2 Data exchange

The data exchange between processes is based on the aforementioned halo-layer (“ghost”-cells) approach with overlapping elements. The extension of the halo-layer area depends on the numerical scheme used for the discretization in the spatial domain and which variables are chosen to be exchanged between subdomains. Here a two-element wide halo-layer is applied. The data exchanges are performed via asynchronous communication when possible, and synchronous communications are used in different parts of the system to ensure correct execution. The MIKE 3 Wave Model FM uses a dynamic time step in the time integration scheme. To ensure that the calculations are performed with the same time step in all subdomains, time step information is exchanged between processes and thereby synchronizing the processes of each time step. Several

special features require additional data exchange. These special interest points cause synchronization of two or more subdomains during the data exchange. The case of input and output data exchange is mentioned in the next subsection. Finally, information is exchanged between subdomains in connection with error handling. When the system encounters an error in the model, the error is distributed to the other processes when the time step is finished and the simulation is stopped.

5.3 Input and output

The input and output (I/O) is handled using a parallel I/O approach. The master process reads the global mesh information, performs the partitioning of the mesh and distributes the information about the individual subdomains to the slave processes. Each process then reads the additional input specifications using the generic specification file. The input data (porosity maps, sponge layer maps, etc.) are read by each process using the global data files. Since the individual processes perform I/O locally, the simulation data files must be accessible by each process. This access could be through a network-attached storage system or locally on each computer. The output data files from the simulations are written to private files for each subdomain. At the end of the simulation, the data files are merged to obtain data files containing global information.

6 References

/1/ Aupoix, B. (1984), Eddy Viscosity Subgrid Scale Models for HomogeneousTurbulence, in Macroscopic Modelling of Turbulent Flow, Lecture Notes in Physics, Proc. Sophie-Antipolis, France.

/2/ Balay, S. K. (2017), *PETSc User Manual*, Tech. Rep. ANL-95/11-Revision 3.8, Mathematics and Computer Science Division., Argonne National Lab.

/3/ Bredberg, J. (2000). On the wall boundary condition for turbulence models. *Chalmers University of Technology, Department of Thermo and Fluid Dynamics. Internal Report 00/4. G oteborg*, 8-16.

/4/ Chippada, S., Dawson, C.N., Martinez, M.L. and Wheeler, M.F. (1998), *A Godunov-type finite volume method for the system of Shallow Water Equations*, Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering, 151, 105-129.

/5/ Chorin, A. J. (1968), *Numerical Solution of the Navier-Stokes Equations*, Math. Comp., 22.

/6/ Fenton, J. D. (1988), *The numerical solution of steady water wave problems*, Computers & Geosciences, Vol. 14, No. 3, pp 357-368.

/7/ Fraccarollo I., Toro E.F. (1994), *Experimental and numerical assessment of the shallow water model for two-dimensional dam-break type problems*, Journal of Hydraulic Research 33, 951-979.

/8/ Fuhrman, D. R., Baykal, C., Sumer, B. M., Jacobsen, N. G., & Fredsøe, J. (2014). Numerical simulation of wave-induced scour and backfilling processes beneath submarine pipelines. *Coastal engineering*, *94*, 10-22.

/9/ Harten A., Lax P.D., Van Leer B. (1983), *On upstream differencing and Godunov-type schemes for hyperbolic conservation-laws*, SIAM Rev 25(1), 54-74.

/10/ Hirsch, C. (1990). *Numerical Computation of Internal and External Flows,* Volume 2: Computational Methods for Inviscid and Viscous Flows, Wiley.

/11/ Holmes, D. G. and Connell, S. D. (1989), *Solution of the 2D Navier-Stokes on unstructured adaptive grids*, AIAA Pap. 89-1932 in Proc. AIAA 9th CFD Conference.

/12/ Horiuti, K. (1987), Comparison of Conservative and Rotational Forms in Large Eddy Simulation of Turbulent Channel Flow, Journal of Computational Physics, 71, pp 343-370.

/13/ Hsu T.-J., Sakakiyama T., Liu P.L.-F. (2002), *A numerical model for wave motions ad turbulent flows in front of a composite breakwater*, Coastal Eng. 55, 1148-1158.

/14/ Jawahar P. and Kamath H. (2000), *A high-resolution procedure for Euler and Navier-Stokes computations on unstructured grids*, Journal of Computational Physics, 164, 165-203.

/15/ Karypis G., Kumar .V. (1998), *METIS: family of multilevel partitioning algorithms*, Available from: http://glaros.dtc.umn.edu/gkhome/views/metis

/16/ Karypis G., V. Kumar (1999), *A Fast and Highly Quality Multilevel Scheme for Partitioning Irregular Graphs*, SIAM Journal on Scientific Computing, Vol. 20, No. 1, 1999, pp. 359—392.

/17/ Lambert J.D. (1973), *Computational Methods in ordinary Differential Equations*, John Willey & Sons.

/18/ Larsen, B. E., & Fuhrman, D. R. (2018). On the over-production of turbulence beneath surface waves in Reynolds-averaged Navier–Stokes models. *Journal of Fluid Mechanics*, *853*, 419-460.

/19/ Larsen, J., & Dancy, H. (1983), *Open Boundaries in Short-wave Simulations - A New Approach*, Coastal Engineering, 7, 285-297.

/20/ Leonard, A. (1974), Energy Cascades in Large-Eddy Simulations of Turbulent Fluid Flows, Advances in Geophysics, 18, pp 237-247.

/21/ Song, L. Zhou J., Guo J., Zou Q., and Liu Y. (2011), *A robust well-balanced finite volume model for shallow water flows with wetting and drying over irregular terrain*, Advances in Water Resources, vol. 34, no. 7, 915–932.

/22/ Liang Q., Borthwick A.G.L, (2009), *Adaptive quadtree simulation of shallow flows with wet-dry fronts over complex topography*, Computers and Fluids 38, 221-234.

/23/ Lilly, D.K. (1966), On the Application of the Eddy Viscosity Concept in the Inertial Subrange of Turbulence, NCAR Manuscript No. 123, National Center for Atmospheric Research, Boulder, Colorado.

/24/ Nakayama A., Kuwahara F. (1999), *A Macroscopic Turbulence Model for Flow in a Porous Medium*, Journal of Fluid Eng., 121, 427-422

/25/ Quecedo, M. and Pastor, M. (2002), *A reappraisal of Taylor-Galerkin algorithm for drying-wetting areas in shallow water computations*, International Journal for Numerical Methods in Fluids, 38, 515-531.

/26/ Rodi, W. (1984), *Turbulence models and their applications in hydraulics,* IAHR, Delft, the Netherlands.

/27/ Rodi, W. (1980), *Turbulence Models and Their Application in Hydraulics – A State of the Art Review*, Special IAHR Publication.

/28/ Rogers, B., Fujihara, M. and Borthwick, A.G.L. (2001), *Adaptive Q-tree Godunov-type scheme for shallow water equations*, International Journal for Numerical Methods in Fluids, 35, 247-280.

/29/ Shu C.W. (1997), *Essentially Non-Oscillatory and Weighted Essentially Non-Oscillatory Schemes for Hyperbolic Conservation Laws*, NASA/CR-97-206253, ICASE Report No. 97-65, NASA Langley Research Center, pp. 83.

/30/ Sleigh, P.A., Gaskell, P.H., Bersins, M. and Wright, N.G. (1998), *An unstructured finite-volume algorithm for predicting flow in rivers and estuaries*, Computers & Fluids, Vol. 27, No. 4, 479-508.

/31/ Smagorinsky J. (1963), *General Circulation Experiment with the Primitive Equations*, Monthly Weather Review, 91, No. 3, 99-164.

/32/ Song, Y and Haidvogel D. (1994), *A semi-implicit ocean circulation model using a generalized topography-following coordinate system*, Journal of Comp. Physics, 115, pp. 228-244.

/33/ Toro, E.F. (2001), *Shock-capturing methods for free-surface flows*, Chichester, John Wiley & Sons.

/34/ Toro, E.F., Spruce, M., Speares, W. (1994). Restoration of the contact surface in the HLL-Riemann solver. Shock Waves 4, 25–34.

/35/ van Gent, M. R. A. (1995), *Wave Interaction with Permeable Coastal Structures*, (Ph.D. thesis), Delft University.

/36/ Wilcox, D. C. (1998). *Turbulence modeling for CFD* (Vol. 2, pp. 103-217). La Canada, CA: DCW industries.

/37/ Wilcox, D. C. (2008). Formulation of the kw turbulence model revisited. *AIAA journal*, *46*(11), 2823-2838.

/38/ Zhao, D.H., Shen, H.W., Tabios, G.Q., Tan, W.Y. and Lai, J.S. (1994), *Finite volume 2-dimensional unsteady-flow model for river basins*, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 1994, 120, No. 7, 863-833.

APPENDICES

APPENDIX A – Governing equations in spherical coordinates

A Governing equations in spherical coordinates

In spherical coordinates the independent variables in the horizontal domain are the longitude, λ , and the latitude, ϕ. The horizontal velocity field (u,v) is defined by

$$u = Rcos\phi\frac{d\lambda}{dt} \qquad v = R\frac{d\phi}{dt} \tag{A1.1}$$

where R is the radius of the earth.

A.1 Governing equations in spherical coordinate system and z-coordinates

A.1.1 Navier-Stokes equations

The continuity and momentum equations are given as

$$\frac{1}{Rcos\phi}\left(\frac{\partial u}{\partial\lambda}+\frac{\partial vcos\phi}{\partial\phi}\right)+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \tag{A1.2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{1}{Rcos\phi}\left(\frac{\partial u^2}{\partial\lambda}+\frac{\partial vucos\phi}{\partial\phi}\right)+\frac{\partial wu}{\partial z}= \left(f+\frac{u}{R}tan\phi\right)v-\frac{1}{Rcos\phi}\left(\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial q}{\partial\lambda}+g\frac{\partial\eta}{\partial\lambda}\right)+F_u+\frac{\partial}{\partial z}\left(\nu_t^v\frac{\partial u}{\partial z}\right) \tag{A1.3}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{1}{Rcos\phi}\left(\frac{\partial uv}{\partial\lambda}+\frac{\partial v^2cos\phi}{\partial\phi}\right)+\frac{\partial wv}{\partial z}= -\left(f+\frac{u}{R}tan\phi\right)u-\frac{1}{Rcos\phi}\left(\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial q}{\partial\phi}+g\frac{\partial\eta}{\partial\phi}\right)+F_v+\frac{\partial}{\partial z}\left(\nu_t^v\frac{\partial v}{\partial z}\right) \tag{A1.4}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t}+\frac{1}{Rcos\phi}\left(\frac{\partial uw}{\partial\lambda}+\frac{\partial vwcos\phi}{\partial\phi}\right)+\frac{\partial w^2}{\partial z}=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial q}{\partial z}+F_w+\frac{\partial}{\partial z}\left(\nu_t^v\frac{\partial w}{\partial z}\right) \tag{A1.5}$$

A.1.2 Transport equations

The transport equations for the k-ε model are given as

$$\frac{\partial k}{\partial t}+\frac{1}{Rcos\phi}\left(\frac{\partial uk}{\partial\lambda}+\frac{\partial vkcos\phi}{\partial\phi}\right)+\frac{\partial wk}{\partial z}=F_k+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\nu_{t0}^v}{\sigma_k^v}\frac{\partial k}{\partial z}\right)+P_k-\varepsilon \tag{A1.6}$$

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}+\frac{1}{Rcos\phi}\left(\frac{\partial u\varepsilon}{\partial\lambda}+\frac{\partial v\varepsilon cos\phi}{\partial\phi}\right)+\frac{\partial w\varepsilon}{\partial z}=F_\varepsilon+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\nu_{t0}^v}{\sigma_\varepsilon^v}\frac{\partial\varepsilon}{\partial z}\right)+P_\varepsilon-c_{2\varepsilon}\frac{\varepsilon^2}{k} \tag{A1.7}$$

The transport equations for the k-ω model are given as

$$\frac{\partial k}{\partial t}+\frac{1}{Rcos\phi}\left(\frac{\partial uk}{\partial \lambda}+\frac{\partial vkcos\phi}{\partial \phi}\right)+\frac{\partial wk}{\partial z}=F_k+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\nu_{t0}^v}{\sigma_k^v}\frac{\partial k}{\partial z}\right)+P_k-\beta_k\omega k \quad \text{(A1.8)}$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t}+\frac{1}{Rcos\phi}\left(\frac{\partial u\omega}{\partial \lambda}+\frac{\partial v\omega cos\phi}{\partial \phi}\right)+\frac{\partial w\omega}{\partial z}=F_\omega+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\nu_{t0}^v}{\sigma_\omega^v}\frac{\partial \omega}{\partial z}\right)+F_{\omega c}+P_\omega-\beta_\omega\omega^2 \quad \text{(A1.9)}$$

A.2 Governing equations in spherical coordinate system and sigma coordinates

A.2.1 Navier-Stokes equations

The continuity and momentum equations are given as

$$\frac{\partial h}{\partial t'}+\frac{1}{Rcos\phi}\left(\frac{\partial hu}{\partial \lambda'}+\frac{\partial hvcos\phi}{\partial \phi'}\right)+\frac{\partial \omega}{\partial \sigma}=0 \quad \text{(A1.10)}$$

$$\frac{\partial hu}{\partial t'}+\frac{1}{Rcos\phi}\left(\frac{\partial hu^2}{\partial \lambda'}+\frac{\partial hvucos\phi}{\partial \phi'}\right)+\frac{\partial h\omega u}{\partial \sigma}= \quad \text{(A1.11)}$$

$$\left(f+\frac{u}{R}tan\phi\right)hv-\frac{1}{Rcos\phi}\left(\frac{h}{\rho_0}\left(\frac{\partial q}{\partial \lambda}+\frac{\partial q}{\partial \sigma}\frac{\partial \sigma}{\partial \lambda}\right)+gh\frac{\partial \eta}{\partial \lambda}\right)+hF_u+\frac{\partial}{\partial \sigma}\left(\frac{\nu_t^v}{h}\frac{\partial u}{\partial \sigma}\right)$$

$$\frac{\partial hv}{\partial t'}+\frac{1}{Rcos\phi}\left(\frac{\partial huv}{\partial \lambda'}+\frac{\partial hv^2cos\phi}{\partial \phi'}\right)+\frac{\partial h\omega v}{\partial \sigma}= \quad \text{(A1.12)}$$

$$-\left(f+\frac{u}{R}tan\phi\right)hu-\frac{1}{R}\left(\frac{h}{\rho_0}\left(\frac{\partial q}{\partial \phi}+\frac{\partial q}{\partial \sigma}\frac{\partial \sigma}{\partial \phi}\right)+gh\frac{\partial \eta}{\partial \phi}\right)+hF_v+\frac{\partial}{\partial \sigma}\left(\frac{\nu_t^v}{h}\frac{\partial v}{\partial \sigma}\right)$$

$$\frac{\partial hw}{\partial t'}+\frac{1}{Rcos\phi}\left(\frac{\partial huw}{\partial \lambda'}+\frac{\partial hvwcos\phi}{\partial \phi'}\right)+\frac{\partial h\omega w}{\partial \sigma}= \quad \text{(A1.13)}$$

$$-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial q}{\partial \sigma}+hF_w+\frac{\partial}{\partial \sigma}\left(\frac{\nu_t^v}{h}\frac{\partial w}{\partial \sigma}\right)$$

The vertical velocity, ω, is given by

$$\omega=\frac{1}{h}\left(w+\frac{u}{Rcos\phi}\frac{\partial d}{\partial \lambda}+\frac{v}{R}\frac{\partial d}{\partial \phi}-\sigma\left(\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{u}{Rcos\phi}\frac{\partial h}{\partial \lambda}+\frac{v}{R}\frac{\partial h}{\partial \phi}\right)\right) \quad \text{(A1.14)}$$

A.2.2 Transport equations

The transport equations for the k-ε model are given as

$$\frac{\partial hk}{\partial t'}+\frac{1}{Rcos\phi}\left(\frac{\partial huk}{\partial \lambda'}+\frac{\partial hvkcos\phi}{\partial \phi'}\right)+\frac{\partial h\omega k}{\partial \sigma} \quad \text{(A1.15)}$$

$$=hF_k+\frac{\partial}{\partial \sigma}\left(\frac{\nu_{t0}^v}{h\sigma_k^v}\frac{\partial k}{\partial \sigma}\right)+h(P_k-\varepsilon)$$

$$\frac{\partial h\varepsilon}{\partial t'} + \frac{1}{Rcos\phi}\left(\frac{\partial hu\varepsilon}{\partial \lambda'} + \frac{\partial hv\varepsilon cos\phi}{\partial \phi'}\right) + \frac{\partial h\omega\varepsilon}{\partial \sigma}$$
$$= hF_\varepsilon + \frac{\partial}{\partial \sigma}\left(\frac{\nu_{t0}^v}{h\sigma_\varepsilon^v}\frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma}\right) + h\left(P_\varepsilon - c_{2\varepsilon}\frac{\varepsilon^2}{k}\right) \quad \text{(A1.16)}$$

The transport equations for the k-ω model are given as

$$\frac{\partial hk}{\partial t'} + \frac{1}{Rcos\phi}\left(\frac{\partial huk}{\partial \lambda'} + \frac{\partial hvkcos\phi}{\partial \phi'}\right) + \frac{\partial hw_s k}{\partial \sigma}$$
$$= hF_k + \frac{\partial}{\partial \sigma}\left(\frac{\nu_{t0}^v}{h\sigma_k^v}\frac{\partial k}{\partial \sigma}\right) + h(P_k - \beta_k \omega k) \quad \text{(A1.17)}$$

$$\frac{\partial h\omega}{\partial t'} + \frac{1}{Rcos\phi}\left(\frac{\partial hu\omega}{\partial \lambda'} + \frac{\partial hv\omega cos\phi}{\partial \phi'}\right) + \frac{\partial hw_s \omega}{\partial \sigma}$$
$$= hF_\omega + \frac{\partial}{\partial \sigma}\left(\frac{\nu_{t0}^v}{h\sigma_\omega^v}\frac{\partial \omega}{\partial \sigma}\right) + hF_{\omega c} + h\,(P_\omega - \beta_\omega \omega^2) \quad \text{(A1.18)}$$

Note that in eqs. (A1.17)-(A1.18), the modified vertical velocity in the sigma coordinate system is called w_s (instead of ω). This is to distinguish it from the specific dissipation rate, ω, of turbulent kinetic energy which was introduced in section 2.1.2.